



ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТИ ОДНОГО МЕТОДА ВЫЯВЛЕНИЯ ПРЕДПОЛАГАЕМЫХ ФАЛЬСИФИКАЦИЙ ЭЛЕКТОРАЛЬНЫХ ДАННЫХ

В статье обсуждаются результаты анализа связей между зависимостями доли относительного числа голосов избирателей, проголосовавших за данного кандидата, от относительной явки избирателей (метод С. Шпилькина), вычисленных на основе анализа официальных электоральных данных о результатах выборов в 2018 г. Президента Российской Федерации (РФ), размещенных на сайте Центральной избирательной комиссии (ЦИК) РФ. Метод С. Шпилькина применен к электоральным данным, представленным в ЦИК РФ участковыми избирательными комиссиями (УИК), на которых явка избирателей была аномально высокой (95% и более). (Выбор УИК данного типа обусловлен распространенным мнением среди электоральных криминалистов, оппозиционно настроенных к действующей в РФ власти (электоральные оппозиционные статистики – ЭОС), о том, что высокая явка избирателей на выборы обусловлена вбросом голосов за кандидатов/партию власти – фальсификацией электоральных данных).

Обнаружено, что, действительно, зависимость доли относительного числа голосов избирателей, проголосовавших за победителя выборов, от относительной явки избирателей аппроксимируется линейной возрастающей функцией, а аналогичная зависимость кандидата, занявшего второе место на выборах, – линейной монотонно убывающей функцией. Обосновано, что данные свойства изученных зависимостей, вопреки утверждениям ЭОС, обусловлены не фальсификациями электоральных данных в пользу победителя выборов, но отсутствием необходимой коррекции значений изучаемых зависимостей с учетом численности избирателей, зарегистрированных в соответствующих УИК. Продемонстрировано, что при использовании предложенной корректировки детерминированных зависимостей между долей относительного числа голосов, проголосовавших за победителя выборов, и долей относительного числа голосов избирателей, отданных за кандидата, занявшего на выборах второго место, от относительной явки избирателей на выборы, не существует.

В этой связи, сделан обоснованный вывод о том, что следует отвергнуть метод Шпилькина, который сегодня объявлен ЭОС «научным» методом выявления преднамеренных фальсификаций электоральных данных», но, де-факто, представляет собой «антинаучный» инструмент делигитимации результатов выборов.

Ключевые слова: выборы, электоральные данные, электоральная криминалистика, делигитимация выборов, метод Шпилькина.

ASSESSMENT OF THE ADEQUACY OF THE DETECTING ALLEGED FALSIFICATIONS OF ELECTORAL DATA METHODS

The article discusses the results of the relationships between the dependences of the proportion of the relative number of voters who voted for a given candidate and the relative turnout analysis (S. Shpilkin method), calculated based on the analysis of the official electoral data on the 2018 year the elections President of the Russian Federation (RF) results, posted on the website of the Central Election Commission (CEC) of the RF. S. Shpilkin's method was applied to the electoral data submitted to the CEC by precinct election commissions (PECs) where voter turnout was abnormally high (95% or more). (The choice of PECs of this type is conditioned by the opinion, widespread among the electoral criminalists who are in opposition to the current Russian authorities (electoral opposition statisticians – EOS), high voter turnout due to stuffing of votes for candidates/party in power – by falsification of electoral data).

It was found that, indeed, the dependence of the proportion of the relative number of votes cast for the winner of the election on the relative turnout of voters is approximated by a linear increasing function, and a similar dependence of the candidate who won the second place in the election, – linear monotonically decreasing function. It was substantiated that these properties of the studied dependences, contrary to the claims of the EOC, are not caused by the falsification of electoral data in favor of the election winner but by the absence of the necessary correction of the studied dependences considering the number of voters registered in the corresponding PECs. It has been demonstrated that using the proposed correction, there are no deterministic dependencies between the share of the relative number of votes cast for the election winner and the share of the relative number of votes cast for the candidate who won the second place at the election on the relative turnout of voters at the election.

In this connection, a reasonable conclusion is made that the Shpilkin method should be rejected, which is now declared by the EOC to be a «scientific» method of revealing deliberate falsification of electoral data, but is, de facto, an «anti-scientific» the delegitimizing election results tool.

Keywords: elections, electoral data, election commission, electoral forensics, Shpilkin method.

Введение

Проблемы, связанные с оценкой качества организации процесса волеизъявления избирателей и достоверности результатов проведенных выборов в те или иные органы власти и местного самоуправления, являются актуальными в любой стране, в том числе, и в РФ, так как их итоги, в целом ряде случаев, оказываются предметом острых научных и политических дискуссий, в которых принимают участие политики, политологи, юристы, специалисты по прикладной статистике (электро-

ральные статистики), а также политически активные избиратели) (см., например, [1,2]).

Напомним, что, как собственно электро-ральные данные, так и результаты их анализа и интерпретации находятся в сфере регулирования Федерального закона «Об информации, информационных технологиях и о защите информации» от 27.07.2006 № 149-ФЗ (последняя редакция). В этой связи задачи обеспечения их достоверности, как на этапе их получения, так и на этапе интерпретации, по своей сути, изоморфны задачам защиты ин-

формации, а потому необходима разработка соответствующих мер по защите электоральных данных, результатов их анализа и интерпретации от преднамеренных фальсификаций [3]. В этой связи, разработка методов защиты электоральных данных, в том числе, и организационных, к которым, следует отнести методы оценки достоверности выводов электоральных статистиков, в особенности ОЭС, является актуальной.

Анализ опыта российских послевыборных дискуссий показывает, что в большинстве случаев, мнения их участников оказываются напрямую зависящим от занимаемой ими политической позиции, а потому, зачастую, оказываются диаметрально противоположными друг другу: от полного отрицания каких-либо фальсификаций электоральных данных (например, члены ЦИК и избирательных комиссий нижних уровней), до полного отрицания возможности проведения в Российской Федерации (РФ) честных выборов (например, кандидаты, не получившие поддержки избирателей, а также члены сообщества либерально настроенных электоральных статистиков (далее для краткости – оппозиционные электоральные статистики (ОЭС)) (см., например, [4]). В этой ситуации очевидны как необходимость объективного анализа официальных электоральных данных, так и проверки, собственно, математических методов, применяемых ОЭС.

В статье обсуждаются результаты использования метода Шпилькина для анализа электоральных данных, собранных в ходе проведения выборов Президента РФ в 2018 г., размещенных на сайте ЦИК РФ (см. [5]). Выбор именно этих электоральных данных обусловлен тем, что преимущество одного из кандидатов (В.В. Путина) над другими претендентами был столь значительным, что, изначально, его победа на выборах ни у кого не вызывала ни малейших сомнений, а потому использование каких-либо фальсификаций не требовалось.

2. Структура анализируемых электоральных данных, размещенных на сайте ЦИК

Структура анализируемых электоральных данных была задана следующей древовидной структурой системы избирательных комиссий, созданных для проведения в 2018 г. выборов Президента РФ:

- вершина дерева – ЦИК,
- вершины второго уровня – 85 ИК субъектов РФ, а также две приравненные к ним ИК

«г. Байконур (Республика Казахстан)» и ИК «Территория за пределами РФ» (итого 87 ИК);

– вершины третьего уровня – 2887 территориальных избирательных комиссий (ТИК), созданных ИК субъектов РФ (ТИК ИК «г. Байконур (Республика Казахстан)» и ИК «Территория за пределами РФ» не создавались);

– вершины четвертого уровня – 97314 участковых избирательных комиссии (УИК), созданных соответствующими ТИК субъектов РФ, а также 7 УИК, созданных ИК «г. Байконур (Республика Казахстан)» и 393 УИК, созданных в ЦИК в ИК «Территория за пределами РФ» (итого 97716 УИК).

Однако в действительности оказалось, что 21 УИК, названия которых представлены в таблице 1, не преступила к передаче данных в ЦИК РФ о результатах выборов Президента РФ в 2018 г. Таким образом, общее число УИК, представивших электоральные данные в ЦИК, составило 97695.

Таким образом, общее число УИК, проводивших в 2018 г. выборы Президента РФ, составило 97695.

Автоматизированная технология выгрузки первичных электоральных данных с сайта ЦИК РФ и соответствующий программный инструмент, разработанные авторами, подробно описаны в [6]. Для автоматической выгрузки обсуждаемых электоральных данных с сайта ЦИК [4] был использован обычный офисный компьютер (AMD Ryzen 5 4 ГГц, 32 Гб ОЗУ, Интернет со скоростью 50Мб/с). На выгрузку всего объема данных и их записи на жесткий диск использованного компьютера потребовалось 8 часов, в течение которых было выполнено 201156 http-запросов и скачано около 10 Гб сырых данных. Далее из первичных («сырых») данных извлечено 11Мб собственно полезных данных, которые были сохранены в CSV-файл (в формате RFC 4180) со следующей структурой (таблица 2).

Также в данный файл записывались сводные результаты по данной ТИК в строку, следующую за строкой последней УИК, созданной данной ТИК. При этом в соответствующую ячейку столбца I3 заносилось значение null-string (null-string=""). Сводные данные результаты по данной ИК, записывались в строку, следующую за строкой, содержащей сводные данные по последней ТИК, созданной данной ИК. В результате число строк файла, содержащего обсуждаемые электоральные данные ЦИК, оказалось равным 1005879. Таким образом, первичная информация представляет

Перечень УИК, не преступивших к передаче электоральных данных по результатам выборов Президента РФ в 2018 г.

№	Название ИК субъекта РФ	Название ТИК	УИК
1	Волгоградская область	Волгоград, Красноармейская	УИК №611
2	Город Байконур (Республика Казахстан)	Без образования ТИК	УИК №8010
3	город Москва	Нагорный район	УИК №1910
4	город Москва	район Люблино	УИК №1438
5	город Москва	район Люблино	УИК №1439
6	город Москва	район Люблино	УИК №1446
7	город Москва	район Люблино	УИК №1450
8	Калининградская область	Советская	УИК №572
9	Калининградская область	Советская	УИК №576
10	Кемеровская область	Междуреченская городская	УИК №509
11	Кемеровская область	Новокузнецк, Куйбышевская	УИК №766
12	Краснодарский край	Гулькевичская	УИК №1158
13	Московская область	Люберецкая городская	УИК №1480
14	Нижегородская область	Нижний Новгород, Канавинская	УИК №2383
15	Республика Дагестан	Дагогнинская городская	УИК №380
16	Республика Дагестан	Махачкала, Ленинская	УИК №1073
17	Республика Дагестан	Махачкала, Советская	УИК №1126
18	Республика Дагестан	Сулейман-Стальская	УИК №1284
19	Территория за пределами РФ	Без образования ТИК	УИК №8443
20	Тюменская область	Тюмень, Центральная	УИК №2239
21	Ханты-Мансийский автономный округ - Югра	Белоярская	УИК №35

собой таблицу размером 1005879×23, которая упорядочена в алфавитном порядке по значениям текстовых полей I1, I2, I3, соответственно.

На первом шаге осуществлялся импорт электоральных данных ЦИК из файла «Данные ЦИК.xlsx» в рабочее пространство MATLAB. В результате импорта данных из обсуждаемого CVS-файла в рабочем пространстве MATLAB создавалась переменная «Untitled», содержащая электоральные данные, выгруженные с сайта ЦИК РФ, которая далее переименовывалась в переменную «Data» и сохранялась в текущем каталоге в файле Data.mat. Для проведения автоматизированного статистического анализа электоральных данных, размещенных в файле Data.mat, на m-языке MATLAB была написана программная библиотека, включающая в себя соответствующий набор скриптов, обеспечивающих вычисление в выбранном разрезе статистических характеристик электоральных данных и параметров регрессионных моделей, описывающих связи между выбранными показателями результатов выборов.

В последующих разделах обсуждаются результаты статистического анализа электоральных данных, размещенных на сайте ЦИК РФ в различных измерениях, а также связей между выбранными показателями, характеризующие организацию системы избирательных комиссий различных уровней.

3. Статистический анализ явки избирателей на выборы Президента РФ в 2018 г.

Для оценки аппроксимация плотностей распределений случайных последовательностей $\{x_i\}$ в работе были использованы ядерные аппроксимация плотности распределения (аппроксимация Розенблатта-Парзена) [7,8] данной последовательности, рассчитываемой по формуле

$$\hat{p}_h(x) = \frac{1}{Nh} \sum_{i=1}^N k\left(\frac{x-x_i}{h}\right), \quad (1)$$

здесь

N – число членов случайной последовательности $\{x_i\}$, $i = \overline{1, N}$;

$k(t) = \frac{d}{dt} K(t)$ – так называемая ядерная функция, где функция $K(t)$ удовлетворяет следующим условиям:

а) $K(t)$ – монотонная неубывающая функция, область значений которой принадлежит интервалу $[0,1]$;

б) $K(t) = 1 - K(t)$ – ядерная функция, симметричная относительно 0;

h – размытости параметр (называемый также полосой пропускания ядра), что $h \rightarrow 0$ при $N \rightarrow \infty$.

При использовании на практике метода Розенблатта-Парзена приходится решать следующие задачи:

1) выбора оптимальной ядерной функции $k(t)$;

2) нахождение для выбранной ядерной функции оценки оптимального значения параметра размытости h^* , обеспечивающего по выбранному критерию минимальное отклонение между аппроксимациями Розенблатта-Парзена и соответствующими эмпирическими ФР и ПР.

Методы решения данных задач обсуждаются, например, в [9–17]. В нашей работе для

Таблица 2

Структура электоральных данных, выгруженных с сайта ЦИК РФ и размещенных в CVS-файле

Наименование столбца	Тип данных	Описание
I1	Строка	наименование ИК субъекта РФ (2-й уровень)
I2	Строка	Наименование территориальной ИК субъекта РФ (3-й уровень)
I3	Строка	Наименование участковой ИК 3 уровня, сформированной территориальной ИК субъекта РФ (4-й уровень)
c1	Целое число	Число избирателей, включенных в список избирателей
c2	Целое число	Число избирательных бюллетеней, полученных участковой избирательной комиссией
c3	Целое число	Число избирательных бюллетеней, выданных избирателям, проголосовавшим досрочно
c4	Целое число	Число избирательных бюллетеней, выданных в помещении для голосования в день голосования
c5	Целое число	Число избирательных бюллетеней, выданных вне помещения для голосования в день голосования
c6	Целое число	Число погашенных избирательных бюллетеней
c7	Целое число	Число избирательных бюллетеней в переносных ящиках для голосования
c8	Целое число	Число бюллетеней в стационарных ящиках для голосования
c9	Целое число	Число недействительных избирательных бюллетеней
c10	Целое число	Число действительных избирательных бюллетеней
c11	Целое число	Число утраченных избирательных бюллетеней
c12	Целое число	Число избирательных бюллетеней, не учтенных при получении
c13	Целое число	Число избирателей, проголосовавших за Бабурина Сергея Николаевича (БСН)
c14	Целое число	Число избирателей, проголосовавших за Грудинина Павла Николаевича (ГПН)
c15	Целое число	Число избирателей, проголосовавших за Жириновского Владимира Вольфовича (ЖВВ)
c16	Целое число	Число избирателей, проголосовавших за Путина Владимира Владимировича (ПВВ)
c17	Целое число	Число избирателей, проголосовавших за Собчак Ксению Анатольевну (СКА)
c18	Целое число	Число избирателей, проголосовавших за Сурайкина Максима Александровича (СМА)
c19	Целое число	Число избирателей, проголосовавших за Титова Бориса Юрьевич (ТБЮ)
c20	Целое число	Число избирателей, проголосовавших за Явлинского Григория Алексеевича (ЯГА)

оценивания оптимального значения параметра размытости был использован метод, предложенный авторами в [17].

В связи с тем, что аппроксимация Розенблатта-Парзена $\hat{p}(\xi)$ плотности распределения последовательности $\{[N_{УИК}^{RE}]_i, i = \overline{1, 97695}\}$ имеет несколько локальных максимумов, значения среднего числа и соответствующего среднеквадратического отклонения вычислялись по формулам:

$$\mu = \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} y(\xi) \hat{p}(\xi) d\xi, \quad (2)$$

$$\sigma = \left(\int_{y_{\min}}^{y_{\max}} (y(\xi) - \mu)^2 \hat{p}(\xi) d\xi \right)^{0.5}, \quad (3)$$

где $y(\xi)$ – случайная величина, $\hat{p}(\xi)$ – плотность распределения $y(\xi)$, соответственно.

Рассмотрим визуализацию последовательности $\{[N_{УИК}^{\%}]_i, i = \overline{1, 97695}\}$, составленной из отношения значений числа избирателей, принявших участие в голосовании в соответствующей УИК, к числу зарегистрированных в данной УИК избирателей:

$$[N_{УИК}^{\%}]_i = 100 \cdot ([N_{УИК}^V]_i / [N_{УИК}^{ER}]_i), i = \overline{1, 97695},$$

а также аппроксимацию Розенблатта-Парзена плотности распределения данной последовательности и плотность соответствующего нормального распределения с параметрами, вычисленными в соответствие с (2), (3) численным интегрированием с помощью метода трапеций:

$$\mu_N^{\%} = \text{mean}(\{[N_{УИК}^{\%}]_i\}), \sigma_N^{\%} = \text{std}(\{[N_{УИК}^{\%}]_i\}),$$

представленные на рис. 3.

Из рис. 1 видно, что последовательность

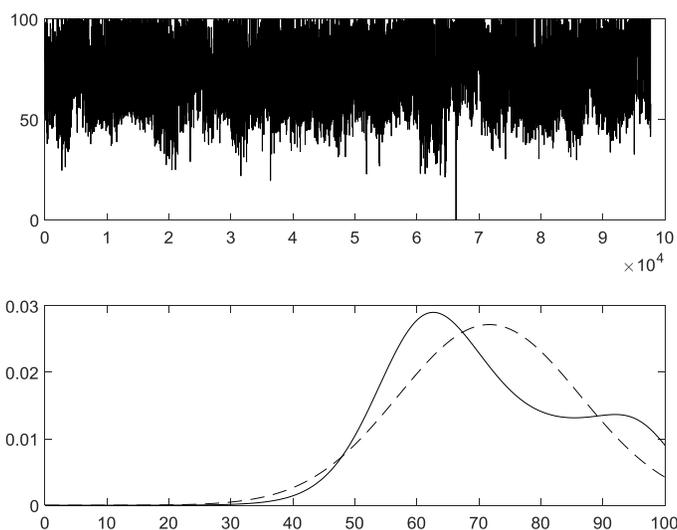


Рис. 1. Визуализация последовательности $\{[N_{УИК}^{\%}]_i\}$ (сверху), аппроксимации Розенблатта-Парзена (нормальное ядро,) ее плотности распределения и плотности соответствующего нормального закона распределения (снизу)

$[N_{УИК}^{\%}]_i$ представляет собой некоторую выборку случайной величины с ограниченной областью рассеяния $[0, 100]\%$, плотность распределения которой отличается от нормального закона распределения. Наименьшая явка избирателей на выборы – 0% оказалась в УИК № 809, созданной ТИК «Булунская» (ИК «Республика Саха (Якутия)»), в которой были зарегистрированы 7 избирателей. Наибольшая явка избирателей на выборы – 100% оказалась в УИК № 1910, созданной ТИК «Барнаул, Октябрьская» (ИК «Алтайский край»), где был зарегистрирован 231 избиратель.

Значения $\mu_N^{\%}, \sigma_N^{\%}$ оказались равными 67.55% и 14.35%, соответственно. Так же необходимо отметить, что, как показывает анализ ап-

проксимации Розенблатта-Парзена (рис. 1 (снизу) плотности распределения случайной последовательности, в конечном числе УИК явка избирателей оказалась выше 90%. В этой связи далее был проведен анализ электоральных данных, представленных УИК с аномально высокой явкой.

4. Результаты статистического анализа электоральных данных, представленных УИК с аномально высокой явкой избирателей

В связи с тем, что оценки параметров ПР относительной явки избирателей в 2018 г. на выборы Президента РФ $[N_{УИК}^{\%}]_i, \mu_{УИК}^{\%}, \sigma_{УИК}^{\%}$ оказались равными 67.55% и 14.35%, соответственно, к УИК с аномально высокой явкой на

выборы были отнесены те, в которых явка избирателей превысила

$$\mu_{\text{УИК}} + 2\sigma_{\text{УИК}} \approx 95\%.$$

Результаты анализа электоральных данных, представленных УИК, в разрезе абсолютной явки избирателей на выборы Президента РФ в 2018 г. позволили сделать следующие выводы:

1) общее число УИК с аномально высокой явкой, в которых было зарегистрировано 5 156 032 избирателей (4.73% от общего числа избирателей, зарегистрированных в РФ (109 001 306)), оказалось равным 9 280 (9.5% от числа УИК, созданных в ИК субъектов РФ и ИК «город Байконур (Республика Казахстан)», ИК «Территория за пределами РФ»);

2) общее число избирателей, проголосовавших в УИК с аномально высокой явкой, составило 4 816 361 (4.42% от общего числа, зарегистрированных в данных УИК избирателей);

3) общее число избирателей, зарегистрированных в УИК, в которых явка избирателей на выборы не превосходила 95%, составило 103 845 274 (95,27% от общего числа зарегистрированных избирателей);

4) общее число избирателей, проголосовавших в УИК, в которых явка избирателей на выборы не превосходила 95%, составило 68 757 155 (66% от общего числа избирателей, зарегистрированных в данных УИК).

5) общее число УИК, в которых явка избирателей на выборы не превосходила 95%, составило 89 415 (91.5% от числа УИК, созданных в ИК субъектов РФ и ИК «город Байконур (Республика Казахстан)», ИК «Территория за пределами РФ»);

6) среди ИК субъектов РФ, ИК «город Байконур (Республика Казахстан)», ИК «Территория за пределами РФ», общее число ИК, в состав которых входили УИК с аномально высокой явкой, оказалось равным 84);

7) в ИК «г. Байконур (Республика Казахстан)», «Ненецкий автономный округ», «Республика Алтай» не оказалось ни одной УИК с аномально высокой явкой избирателей.

8) общее число ТИК, в которых была хотя бы одна УИК с аномально высокой явкой, оказалось равным 1 341 (46.45%) (с учетом УИК, созданных ИК «город Байконур (Республика Казахстан)», ИК «Территория за пределами РФ»).

Результаты анализа электоральных данных, представленных УИК, в разрезе абсолютной явки избирателей на выборы Президента

РФ в 2018 г. позволили сделать следующие выводы:

1) наибольшая доля УИК с аномально высокой явкой избирателей среди УИК, зарегистрированных данной ИК субъекта РФ, оказалась в ИК «Республика Северная Осетия-Алания» (84.92%), ИК «Чукотский автономный округ (80.74%), ИК «Чеченская республика» (70.67%), ИК «Ямало-Ненецкий автономный округ» (47.81%), ИК «Республика Бурятия» (45.36%), ИК «Камчатский край» (42.27%);

2) доля избирателей, проголосовавших в УИК с аномально высокой явкой, от числа избирателей, принявших участие в голосовании в данной ИК, составила в ИК «Республика Северная Осетия-Алания» – 31.78% (147 254 избирателя), ИК «Чукотский автономный округ – 27.26% (7 521 избирателей), ИК «Чеченская республика» – 71.65% (463 165), ИК «Ямало-Ненецкий автономный округ» – 54.57% (185 902 избирателя), ИК «Республика Бурятия» – 8.03% (36 426 избирателей), ИК «Камчатский край» – 6.84% (11 076 избирателей);

3) наибольшие значения доли избирателей, проголосовавших на участках с аномально высокой явкой, от общего числа избирателей, принявших участие в голосовании в данной ИК, оказались в ИК «Территория за пределами РФ» – 97.31% (461 588 избирателей), ИК «Чеченская республика» – 71,65% (463 165), ИК «Республика Тыва» – 61.38% (100 634 избирателя), ИК «Ямало-Ненецкий автономный округ» – 54.57% (185 902 избирателя).

Таким образом, анализ электоральных данных в разрезе явки избирателей на выборы Президента РФ в 2018 г. позволяет сделать вывод о том, что результаты голосования на участках с аномально высокой явкой избирателей не могли оказать существенного влияния на окончательные результаты выборов, поскольку в данных УИК проголосовало 6,65% избирателей от общего числа избирателей, принявших участие в выборах Президента РФ в 2018 г.

Результаты анализа электоральных данных в разрезе доли голосов избирателей, проголосовавших за данного кандидата на выборах, а также результаты анализа электоральных данных в разрезе числа голосов избирателей, проголосовавших за кандидатов, занявших два первых места на выборах Президента РФ в 2018 г. позволяют сделать следующие выводы:

1) более 90% избирателей проголосовали

за ПВВ в УИК с аномально высокой явкой, созданных: ИК «Брянская область» – 90.32% (83 463 избирателей), ИК «город Севастополь» – 90.28% (36 588 избирателей), ИК «Кабардино-Балкарская республика» – 93.14% (19 687 избирателей), ИК «Кемеровская область» – 92.23% (194 645 избирателей), ИК «Липецкая область» – 93.5% (75 618 избирателей), ИК «Республика Адыгея» – 91.24% (55 210 избирателей), ИК «Республика Дагестан» – 93.16% (438 623 избирателей), ИК «Республика Мордовия» – 94.54% (60 196 избирателей), ИК «Республика Татарстан (Татарстан)» – 93.85% (532 415 избирателей), ИК «Республика Тыва» – 94.37% (94 975 избирателей), ИК «Саратовская область» – 90.18% (56 613 избирателей), ИК «Чеченская Республика» – 94.10% (435 840 избирателей);

2) соответствующие доли избирателей, которые проголосовали в УИК с нормальной явкой за ПВВ, созданных: ИК «Брянская область» – 80.37% (552 624 избирателей), ИК «город Севастополь» – 90.18% (215 125 избирателей), ИК «Кабардино-Балкарская республика» – 93.38% (432 793 избирателей), ИК «Кемеровская область» – 84.14% (1 228 274 избирателей), ИК «Липецкая область» – 79.08% (466 461 избирателей), ИК «Республика Адыгея» – 70.61% (147 885 избирателей), ИК «Республика Дагестан» – 83.10% (856 505 избирателей), ИК «Республика Мордовия» – 64.32% (346 284 избирателей), ИК «Республика Татарстан (Татарстан)» – 88.15% (1 321 704 избирателей), ИК «Республика Тыва» – 69.05% (94 975 избирателей), ИК «Саратовская область» – 66.66% (930 760 избирателей), ИК «Чеченская Республика» – 75.43% (157 966 избирателей);

3) более 12 % избирателей, принявших участие в выборах, проголосовали за ГПН в УИК с аномально высокой явкой, созданных: ИК «Алтайский край» – 17.57% (2 236 избирателей), ИК «Амурская область» – 14.98% (290 избирателей), ИК «Владимирская область» – 12.46% (498 избирателей), ИК «Магаданская область» – 13.76% (667 избирателей), ИК «Омская область» – 13.45% (1 507 избирателей), ИК «Оренбургская область» – 12.09% (974 избирателя), ИК «Республика Марий Эл» – 12.15% (463 избирателей), ИК «Республика Саха (Якутия)» – 12.16% (4 975 избирателей), ИК «Республика Северная Осетия-Алания» – 12.16% (17 918), ИК «Республика Хакасия» – 12.79% (694 избирателей), ИК «Сахалинская область» – 12.12% (1 575 избирателей);

4) соответствующие доли избирателей, ко-

торые проголосовали за ГПН в УИК с нормальной явкой, созданных: ИК «Алтайский край» – 23.73% (279 742 избирателей), ИК «Амурская область» – 18.64% (73 195 избирателей), ИК «Владимирская область» – 12.63% (93 151 избирателей), ИК «Магаданская область» – 14.06% (64 777 избирателей), ИК «Омская область» – 15.49% (187 796 избирателей), ИК «Оренбургская область» – 12.35% (154 182 избирателя), ИК «Республика Марий Эл» – 7.81% (51 503 избирателей), ИК «Республика Саха (Якутия)» – 10.47% (4 975 избирателей), ИК «Республика Северная Осетия-Алания» – 10.98% (33 108 избирателей), ИК «Республика Хакасия» – 11.46% (44 582 избирателей), ИК «Сахалинская область» – 12.12% (39 626 избирателей).

Анализ представленных выше результатов электоральных данных в разрезе доли голосов избирателей, проголосовавших в 2018 г. на выборах Президента РФ, за данного кандидата, показывает, что обсуждаемые показатели оказываются независимыми от абсолютного числа избирателей, принявших участие в выборах.

5. Оценка адекватности метода

С. Шпилькина

Результаты, полученные в предыдущем разделе, оказавшиеся независимыми от абсолютного числа избирателей, зарегистрированных данной УИК, определили необходимость сравнения оценок величин, вычисленных на основе случайных выборок различных объемов. Например, доля избирателей, проголосовавших за ПВВ в УИК с аномально высокой явкой, созданных ИК «Брянская область», составила 90.32%, в то время как аналогичная величина, рассчитанная по электоральным данным, представленным УИК с «нормальной» явкой, оказалось равной 80.37%. При этом абсолютное число избирателей, проголосовавших в УИК с аномально высокой явкой, оказалось равным 83 463, в то время как в остальных УИК – 552 624, т.е. в – 6.6 раза больше. В этой связи, очевидно, что при сравнении оценок доли избирателей, проголосовавших за и против победителя выборов необходимо вводить весовой коэффициент, пропорциональный численности избирателей, проголосовавших в УИК с аномально высокой и «нормальной» явками.

Обоснуем данный вывод более строго. Заметим, что доля избирателей, проголосовавших каждого из 8 кандидатов в Президенты РФ в 2018 г. в соответствующей УИК, как очевидно, вычисляется по формуле:

$$[\alpha_{\text{УИК}}^{\%}]_i^{(j)} = \frac{[N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)}}{\sum_{j=1}^8 [N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)}}, i = \overline{1, 97695} \quad (4)$$

где $i = \overline{1, 97695}$ – номер УИК, $j = \overline{1, 8}$ – порядковый номер кандидата в Президенты РФ в 2018 г., $[N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)}$ – число избирателей, проголосовавших в i -ой УИК за j -го кандидата в Президенты РФ в 2018 г., $\sum_{j=1}^8 [N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)}$ – число избирателей, проголосовавших в i -ой УИК на выборах Президента РФ в 2018 г., а относительная явка избирателей на выборы в данной УИК – по формуле:

$$[\alpha_{\text{УИК}}^{\%}]_i = \frac{\sum_{j=1}^8 [N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)}}{[N_{\text{УИК}}^{\text{RE}}]_i},$$

где $[N_{\text{УИК}}^{\text{RE}}]_i$ – число избирателей, зарегистрированных в i -ой УИК. (При наличии порога явки избирателей значение, именно, этой величины сравнивается с пороговым значением явки, при превышении которого выборы в i -ой УИК считаются состоявшимися).

Соответственно, относительная явка избирателей на выборы Президента РФ в 2018 г. на уровне ЦИК РФ вычисляется по формуле

$$\alpha_{\text{УИК}}^{\%} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^8 [N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)}}{\sum_{i=1}^N [N_{\text{УИК}}^{\text{ER}}]_i} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^8 [N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)}}{\sum_{i=1}^N [N_{\text{УИК}}^{\text{ER}}]_i}. \quad (5)$$

Умножая (5) числитель на $\sum_{j=1}^8 [N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)} / \sum_{j=1}^8 [N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)}$ и принимая во внимание (4), получаем

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{УИК}}^{\%} &= \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^8 ([N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)} / \sum_{j=1}^8 [N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)}) \sum_{j=1}^8 [N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)}}{\sum_{i=1}^N [N_{\text{УИК}}^{\text{ER}}]_i} = \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^8 [N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)} \sum_{j=1}^8 [\alpha_{\text{УИК}}^{\%}]_i^{(j)}}{\sum_{i=1}^N [N_{\text{УИК}}^{\text{ER}}]_i} = \\ &= \sum_{j=1}^8 \sum_{i=1}^N [\alpha_{\text{УИК}}^{\%}]_i^{(j)} \frac{\sum_{j=1}^8 [N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)}}{\sum_{i=1}^N [N_{\text{УИК}}^{\text{ER}}]_i} \end{aligned} \quad (6)$$

Из (6) видно, что при анализе зависимости доли избирателей, проголосовавших за данного кандидата от доли избирателей, принявших участие в голосовании, следует использовать взвешенные значения доли избирателей, где соответствующий коэффициент учитывает вклад избирателей, проголосовавших в данной УИК, и общее число избирателей, принявших участие в выборах:

$$[\tilde{\alpha}_{\text{УИК}}^{\%}]_i^{(j)} = [\alpha_{\text{УИК}}^{\%}]_i^{(j)} \frac{\sum_{j=1}^8 [N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)}}{\sum_{i=1}^N [N_{\text{УИК}}^{\text{ER}}]_i}. \quad (7)$$

Соответственно, при анализе доли при анализе зависимости доли избирателей, проголосовавших за данного кандидата в данной ТИК от доли избирателей, принявших участие в голосовании, следует использовать взвешенные значения доли избирателей, где соответствующий коэффициент учитывает вклад избирателей, проголосовавших в данной ТИК, и общее число избирателей, принявших участие в выборах:

$$[\tilde{\alpha}_{\text{ТИК}}^{\%}]_i^{(j)} = [\alpha_{\text{ТИК}}^{\%}]_i^{(j)} \frac{\sum_{j=1}^8 [N_{\text{ТИК}}^V]_i^{(j)}}{\sum_{i=1}^N [N_{\text{УИК}}^{\text{ER}}]_i}. \quad (8)$$

Аналогичные величины на уровне ИК субъекта РФ, а также ИК «город Байконур (Республика Казахстан)» и ИК «Территория за пределами РФ» вычисляются по формуле

$$[\tilde{\alpha}_{\text{ИК}}^{\%}]_i^{(j)} = [\alpha_{\text{ИК}}^{\%}]_i^{(j)} \frac{\sum_{j=1}^8 [N_{\text{ИК}}^V]_i^{(j)}}{\sum_{i=1}^N [N_{\text{УИК}}^{\text{ER}}]_i}. \quad (9)$$

Проведенные выше рассуждения подтверждает визуализация результатов регрессионного анализа зависимостей взвешенной в соответствии с (2.17) доли голосов избирателей, проголосовавших за ПВВ и ГПН, от отношения числа избирателей, принявших участие в выборах, к числу зарегистрированных избирателей в данной УИК, представленные на рис. 2.

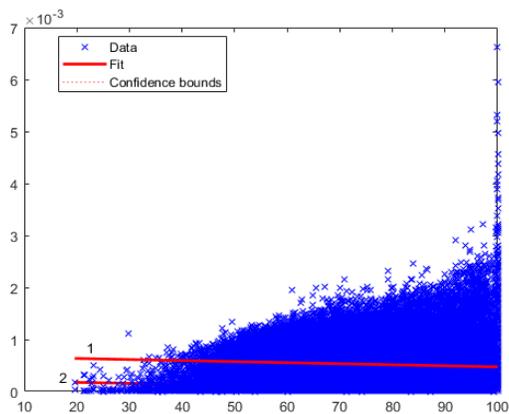


Рис.2. Визуализации результатов регрессионного анализа зависимостей взвешенной доли голосов избирателей, проголосовавших за ПВВ (1) и ГПН (2), от отношения числа избирателей, принявших участие в выборах, к числу зарегистрированных избирателей в данной УИК

Из рис. 2 видно, что, действительно, в рассматриваемом случае, прямые, аппроксимирующие изучаемые зависимости, оказываются почти параллельными друг другу (их угловые коэффициенты оказываются равными

$-2.0246 \cdot 10^{-6}$, $-1.7977 \cdot 10^{-6}$ у прямой № 1 и прямой № 2, соответственно.

представленные на рис. 3 и соответствующие статистики линейных аппроксимаций данных зависимостей.

Рассмотрим зависимости $\left[\alpha_{ТИК}^{\%} \right]_i^{(j)} = f \left(\frac{\sum_{j=1}^8 [N_{ТИК}^v]_i^{(j)}}{\sum_{i=1}^8 [N_{ТИК}^{ER}]_i} \right), \left[\alpha_{ТИК}^{\%} \right]_i^{(j)} = f \left(\frac{\sum_{j=1}^8 [N_{ТИК}^v]_i^{(j)}}{\sum_{i=1}^8 [N_{ТИК}^{ER}]_i} \right)$

Анализ статистик линейных аппроксима-

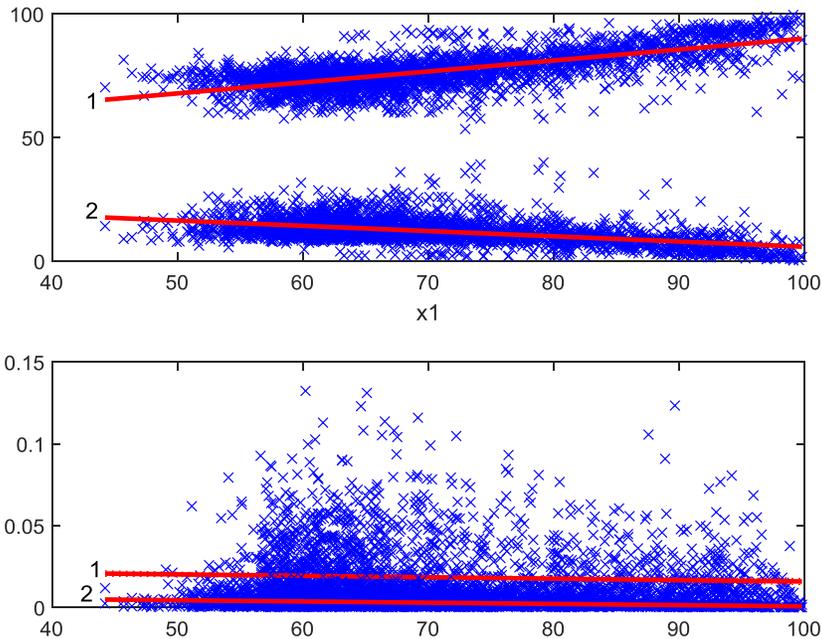


Рис. 3. Визуализации результатов регрессионного анализа зависимостей доли голосов избирателей, проголосовавших за ПВВ (1) и ГПН (2) (сверху) и взвешенной в соответствие с (8) доли голосов избирателей, проголосовавших за ПВВ (1) и ГПН (2) (снизу), от отношения числа избирателей, принявших участие в выборах, к числу зарегистрированных избирателей в данной ТИК

Статистики линейных аппроксимаций зависимостей, представленных на рис. 3 (сверху)

Регрессия № 1

Linear regression model:

$$y \sim 1 + x1$$

Estimated Coefficients:

	Estimate	SE	tStat	pValue
(Intercept)	45.583	0.61695	73.884	0
x1	0.44417	0.0086609	51.284	0

Number of observations: 2777, Error degrees of freedom: 2775

Root Mean Squared Error: 5.31

R-squared: 0.487, Adjusted R-Squared: 0.486

F-statistic vs. constant model: 2.63e+03, p-value = 0

Регрессия № 2

ГПН (ТИК) без коррекции

mdl =

Linear regression model:

$$y \sim 1 + x1$$

Estimated Coefficients:

	Estimate	SE	tStat	pValue
(Intercept)	26.96	0.50277	53.623	0
x1	-0.21214	0.007058	-30.057	4.5202e-172

Number of observations: 2777, Error degrees of freedom: 2775

Root Mean Squared Error: 4.33

R-squared: 0.246, Adjusted R-Squared: 0.245

F-statistic vs. constant model: 903, p-value = 4.52e-172

Статистики линейных аппроксимаций зависимостей, представленных на рис. 3 (снизу)

Регрессия № 1

Linear regression model:

$$y \sim 1 + x1$$

Estimated Coefficients:

	Estimate	SE	tStat	pValue
(Intercept)	0.00024527	2.1343e-05	11.492	6.8081e-30
x1	-8.7256e-07	2.9963e-07	-2.9122	0.0036181

Number of observations: 2777, Error degrees of freedom: 2775

Root Mean Squared Error: 0.000184

R-squared: 0.00305, Adjusted R-Squared: 0.00269

F-statistic vs. constant model: 8.48, p-value = 0.0036

Регрессия № 2

Linear regression model:

$$y \sim 1 + x1$$

Estimated Coefficients:

	Estimate	SE	tStat	pValue
(Intercept)	8.0704e-05	3.5801e-06	22.543	1.801e-103
x1	-7.453e-07	5.0258e-08	-14.829	6.1594e-48

Number of observations: 2777, Error degrees of freedom: 2775

Root Mean Squared Error: 3.08e-05

R-squared: 0.0734, Adjusted R-Squared: 0.0731

F-statistic vs. constant model: 220, p-value = 6.16e-48

ций и зависимостей, представленных на рис. 3, позволяет сделать вывод о том, что, действительно, преобразование (8), позволяет учесть вклад избирателей, проголосовавших в данной ТИК, и общее число избирателей, принявших участие в выборах. Это подтверждается сравнением значений коэффициентов R^2 , равных в первом случае 0.487 и 0.246 у аппроксимаций № 1, 2, соответствен-

но, и значений коэффициентов R^2 , равных во втором случае, 0.00305 и 0.0734, соответственно.

Рассмотрим зависимости доли избирателей, проголосовавших за ПВВ и ГПА на уровне ИК: $[\alpha_{ИК}^{PV}]^{(j)} = f\left(\frac{\sum_{i=1}^N [N_{ИК}^{PV}]^{(i)}}{\sum_{i=1}^N [N_{ИК}^{ER}]^{(i)}}\right)$, $[\alpha_{ИК}^{GP}]^{(j)} = f\left(\frac{\sum_{i=1}^N [N_{ИК}^{GP}]^{(i)}}{\sum_{i=1}^N [N_{ИК}^{ER}]^{(i)}}\right)$, представленные на рис. 4, и соответствующие статистики линейных аппроксимаций данных зависимостей.

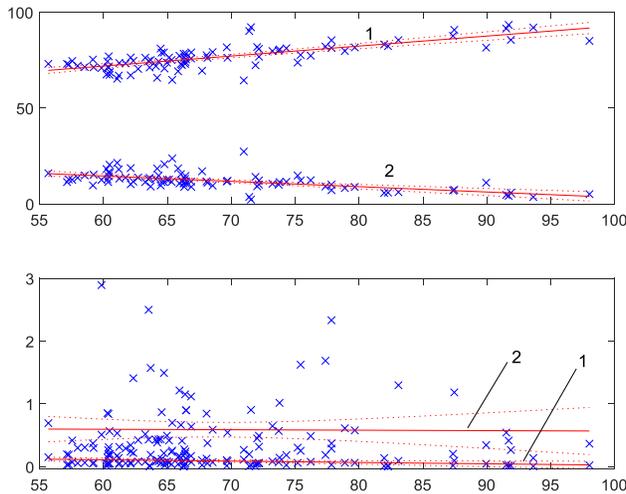


Рис. 4. Визуализации результатов регрессионного анализа зависимостей доли голосов избирателей, проголосовавших за ПВВ (1) и ГПН (2) (сверху) и взвешенной в соответствие с (9) доли голосов избирателей, проголосовавших за ПВВ (1) и ГПН (2) (снизу), от отношения числа избирателей, принявших участие в выборах, к числу зарегистрированных избирателей в данной ИК

Статистики линейных аппроксимаций зависимостей, представленных на рис. 2.30 (сверху)

Регрессия № 1

Linear regression model:

$$y \sim 1 + x_1$$

Estimated Coefficients:

	Estimate	SE	tStat	pValue
(Intercept)	40.591	3.3907	11.971	6.2686e-20
x1	0.52171	0.048647	10.725	1.8092e-17

Number of observations: 87, Error degrees of freedom: 85

Root Mean Squared Error: 4.3

R-squared: 0.575, Adjusted R-Squared: 0.57

F-statistic vs. constant model: 115, p-value = 1.81e-17

Регрессия № 2

Linear regression model:

$$y \sim 1 + x_1$$

Estimated Coefficients:

	Estimate	SE	tStat	pValue
(Intercept)	31.217	2.8349	11.012	4.8451e-18
x1	-0.27837	0.040672	-6.8444	1.1209e-09

Number of observations: 87, Error degrees of freedom: 85

Root Mean Squared Error: 3.59

R-squared: 0.355, Adjusted R-Squared: 0.348

F-statistic vs. constant model: 46.8, p-value = 1.12e-09

Статистики линейных аппроксимаций зависимостей, представленных на рис. 2.30 (снизу)

Регрессия № 1

Linear regression model:

$$y \sim 1 + x_1$$

Estimated Coefficients:

	Estimate	SE	tStat	pValue
(Intercept)	-0.22768	0.25582	-0.89	0.37598
x1	0.0060845	0.0034604	1.7583	0.082288

Number of observations: 87, Error degrees of freedom: 85

Root Mean Squared Error: 0.432

R-squared: 0.0351, Adjusted R-Squared: 0.0237

F-statistic vs. constant model: 3.09, p-value = 0.0823

Регрессия № 2

Linear regression model:

$$y \sim 1 + x_1$$

Estimated Coefficients:

	Estimate	SE	tStat	pValue
(Intercept)	0.040821	0.032676	1.2492	0.215
x1	-0.00015226	0.00044199	-0.3445	0.73132

Number of observations: 87, Error degrees of freedom: 85

Root Mean Squared Error: 0.0552

R-squared: 0.00139, Adjusted R-Squared: -0.0104

F-statistic vs. constant model: 0.119, p-value = 0.731

Анализ статистик линейных аппроксимаций и зависимостей, представленных на рис. 4 позволяет сделать вывод о том, что, действительно, преобразование (9), позволяет

учесть вклад избирателей, проголосовавших в данной ИК, и общее число избирателей, принявших участие в выборах. Это подтверждается сравнением значений коэффициентов R^2 , равных в первом случае 0.575 и 0.355 у аппроксимаций № 1, 2, соответственно, и значений коэффициентов R^2 , равных во втором случае, 0.0351 и 0.00139, соответственно.

Таким образом, Jaws-эффект [26], обнаруживаемый в ходе анализа зависимостей доли голосов избирателей поданных за кандидатов, занявших первое и второе места на выборах, от явки избирателей, проголосовавших в избирательных комиссиях уровня УИК, ТИК, обусловлен не фальсификацией электоральных данных, но использованием значений обсуждаемых зависимостей без учета числа зарегистрированных в них избирателей, а метод Декера, равно как и метод Шпилькина не должны применяться в электоральной криминалистике.

Заклучение

Проведен анализ связей между зависимостями доли относительного числа голосов избирателей, проголосовавших за данного кандидата, от относительной явки избирателей (метод С. Шпилькина), значения которых были вычислены на основе анализа официальных электоральных данных о результатах выборов в 2018 г. Президента Российской Федерации (РФ), размещенных на сайте Центральной избирательной комиссии (ЦИК) РФ. Метод С. Шпилькина применен к электоральным данным, представленным в ЦИК РФ территориальными избирательными комиссиями (ТИК) и ИК уровня субъектов РФ, а также ИК «город Байконур (Республика Казахстан)» и «Территория за пределами РФ», на которых явка избирателей была аномально высокой явкой избирателей (95% и более). Выбор электоральных данных этого типа обуслов-

лен распространенным среди электоральных криминалистов, оппозиционно настроенных к действующей в РФ власти, мнением о том, что высокая явка избирателей на выборы обусловлена выбросом голосов за кандидатов/партию власти – фальсификацией электоральных данных).

Обнаружено, что, действительно, зависимость доли относительного числа голосов избирателей, проголосовавших за победителя выборов, от относительной явки избирателей от относительной явки избирателей аппроксимируется линейной возрастающей функцией, а аналогичная зависимость кандидата, занявшего второе место на выборах, линейной монотонно убывающей функцией. Обосновано, что данные свойства изученных зависимостей, вопреки утверждениям ЭОС, обусловлены не фальсификациями электоральных данных в пользу победителя выборов, но отсутствием необходимой коррекции значений изучаемых зависимостей с учетом численности избирателей, зарегистрированных в соответствующих УИК, ТИК, ИК. Продемонстрировано, что при использовании предложенной корректировки детерминированных зависимостей между долей относительного числа голосов, проголосовавших за победителя выборов, и долей относительного числа голосов избирателей, отданных за кандидата, занявшего на выборах второго место, от относительной явки избирателей на выборы, не существует.

В этой связи, следует отвергнуть метод Шпилькина, который сегодня объявлен ЭОС «научным» методом выявления преднамеренных фальсификаций электоральных данных», но, де-факто, представляет собой «антинаучный» инструмент делигитимации результатов выборов.

Литература

1. Левин Б. Р. Вероятностные модели и методы в системах связи и управления/Б. Р. Левин, В. Шварц// – М.: Радио и связь, 1985. – 312 с.
2. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника/В.И. Тихонов// – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.
3. Кропотов Ю.А. Моделирование и методы исследования акустических сигналов, шумов и помех в системах телекоммуникаций/ Ю.А. Кропотов, В.А. Ермолаев// – Берлин: Директ-Медиа, 2016. – 251 с.
4. Кропотов Ю. А Методы оценивания моделей плотности вероятностей акустических сигналов в телекоммуникациях аудиообмена/ Ю.А. Кропотов// Системы управления, связи и безопасности, 2017. № 1. С. 26 – 39.
5. Сушко Д.В. Оптимальная аппроксимация частотных вероятностей/Д.В. Сушко//Информационные процессы, 2018. Том 18. № 1. С. 40 – 54.

6. Новоселов А.А. Параметризация моделей управляемых систем // Вестник государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева, 2010. № 5 (31). С. 52 – 56.
7. Поршнев С.В., Копосов А.С. Случайные величины с ограниченной областью рассеяния: математическое и алгоритмическое обеспечение для оценивания плотностей вероятностей и функций распределений/С.В. Поршнев, А.С. Копосов// – М.: Горячая линия-Телеком, 2018. – 184 с.
8. Киреева Н.В., Чупахина Л.Р. Сравнение возможностей использования различных методов аппроксимации для анализа трафика с самоподобным распределением/Н.В. Киреев, Л.Н. Чупахина// Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований, 2016. № 12. С. 1287 – 1289.
9. Поршнев С.В., Божалкин Д.А. Математическое и алгоритмическое обеспечение для анализа характеристик информационных потоков в магистральных интернет-каналах/С.В. Поршнев, Д.А. Божалкин// – М.: Горячая линия-Телеком, 2021. – 214 с.
10. Сызранцев В.Н. Расчет прочностной надежности изделий на основе методов непараметрической статистики/В.Н. Сызранцев, Я.Н. Невелев, С.Л. Голофаст// – Новосибирск: Наука, 2008. – 128 с.
11. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников/ А.И. Кобзарь// – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с.
12. Rosenblatt M. Remarks on Some Nonparametric Estimates of a Density Function // The Annals of Mathematical Statistics., 1956. – Т. 27. Vol. 3. – P. 832– 837.
13. Боровков А.А. Математическая статистика. – М.: Наука, 1984, 472 с.
14. Parzen E. On the estimation of probability density function and the mode // Ann. Math. Stat., 1962. – Vol. 33. – P. 1065–1076.
15. Суетин П.К. Классические ортогональные многочлены. – М.: Наука, 1976. – 328 с.
16. Димаки А.В., Светлаков А.А. Аппроксимация плотностей распределений случайных величин с применением ортогональных полиномов Чебышева – Эрмита/А.В. Димаки, А.А. Светлаков// Известия Томского политехнического университета, 2006. Т. № 8. С. 6 – 11.
17. Голик Ф. В. Аппроксимация эмпирических распределений вероятностей полиномами Бернштейна/ Ф.В. Голик// Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. № 7. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/jul18/5/text.pdf> (дата обращения 16 октября 2021 г.) DOI 10.30898/1684-1719.2018.7.5.
18. Лемешко Б.Ю. О нахождении параметра размытости непараметрических оценок функции плотности/ Б.Ю. Лемешко, С.Н. Постовалов, А.В. Французов// Труды V международной конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения», АПЭП-2000. Новосибирск 26 – 29 сентября, 2000. В 7 тт. – Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2000. – Т. 6. – С. 17–20.
19. Botev Z.I., Grotowski J.F., Kroese D.P. Kernel density estimation via diffusion, Annal Statistic, October 2010, Vol. 38 (5), pp. 2916–2957, DOI: <https://doi.org/10.1214/10-AOS799>.
20. Silverman B.W. Density Estimation for Statistics and Data Analysis. – Chapman and Hall/CRC, 1986. – 175 p.
21. Leiva-Murillo J.M., Artés-Rodríguez A. Algorithms for maximum-likelihood bandwidth selection in kernel density estimators. Pattern Recognition Letters, Volume 33, Issue 13, 2012, pp. 1717–1724.
22. Xu Xiaoyuan, Yan Zheng, Xu Shaolun Estimating wind speed probability distribution by diffusion-based kernel density method, Electric Power Systems Research, Volume 121, April 2015, pp. 28–37.
23. Ouarda T.B.M.J., Charron C., Shin J.-Y., Marpu P.R., Al-Mandoos A.H., Al-Tamimi, Ghedira H., Al Hosary T.N, Probability distributions of wind speed in the UAE, Energy Conversion and Management, Volume 93, 2015, pp. 414-434.
24. Jones M.C., Marron J.S., Sheather S.J. A brief survey of bandwidth selection for density estimation, Journal of the American Statistical Association, Volume 91, № 433, March 1996, pp.401–4071.
25. Симахин В.А. Робастные непараметрические оценки: адаптивные оценки взвешенного максимального правдоподобия в условиях статистической априорной неопределенности/ В.А. Симахин // – Saarbrücken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2011. –292 с.
26. Deckert J. Patterns of Fraud: Tools for Election Forensics [электронный ресурс]. University of Oregon, 2013. URL: <https://scholarsbank.uoregon.edu/xmlui/handle/1794/13331> (Дата обращения: 04.01.2023).

References

1. Levin B. R. Veroyatnostnyye modeli i metody v sistemakh svyazi i upravleniya/B. R. Levin, V. Shvarts// – М.: Radio i svyaz', 1985. – 312 с.
2. Tikhonov V. I. Statisticheskaya radiotekhnika/V.I. Tikhonov// – М.: Radio i svyaz', 1982. – 624 с.

3. Kropotov YU.A. Modelirovaniye i metody issledovaniya akusticheskikh signalov, shumov i pomekh v sistemakh telekommunikatsiy/ YU.A. Kropotov, V.A. Yermolayev// – Berlin: Direkt-Media, 2016. – 251 c.
4. Kropotov YU. A Metody otsenivaniya modeley plotnosti veroyatnostey akusticheskikh signalov v telekommunikatsiyakh audioobmena/ YU.A. Kropotov// Sistemy upravleniya, svyazi i bezopasnosti, 2017. № 1. S. 26–39.
5. Sushko D.V. Optimal'naya approksimatsiya chastotnykh veroyatnostey/D.V. Sushko// Informatsionnyye protsessy, 2018. Tom 18. № 1. S. 40–54.
6. Novoselov A.A. Parametrizatsiya modeley upravlyayemykh sistem // Vestnik gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta im. akademika M.F. Reshetneva, 2010. № 5 (31). S. 52–56.
7. Porshnev S.V., Koposov A.S. Sluchaynyye velichiny s ogranichennoy oblast'yu rasseyaniya: matematicheskoye i algoritmicheskoye obespecheniye dlya otsenivaniya plotnostey veroyatnostey i funktsiy raspredeleniy/S.V. Porshnev, A.S. Koposov// –M.: Goryachaya liniya-Telekom, 2018. – 184 s.
8. Kireyeva N.V., Chupakhina L.R. Sravneniye vozmozhnostey ispol'zovaniya razlichnykh metodov approksimatsii dlya analiza trafika s samopodobnym raspredeleniyem/N.V. Kireyev, L.N. Chupakhina// Mezhdunarodnyy zhurnal prikladnykh i fundamental'nykh issledovaniy, 2016. № 12. S. 1287–1289.
9. Porshnev S.V., Bozhalkin D.A. Matematicheskoye i algoritmicheskoye obespecheniye dlya analiza kharakteristik informatsionnykh potokov v magistral'nykh internet-kanalakh/S.V. Porshnev, D.A. Bozhalkin// –M.: Goryachaya liniya-Telekom, 2021. –214 s.
10. Syzrantsev V.N. Raschet prochnostnoy nadezhnosti izdeliy na osnove metodov neparametricheskoy statistiki/V.N. Syzrantsev, YA.N. Nevelev, S.L. Golofast// – Novosibirsk: Nauka, 2008. – 128 s.
11. Kobzar' A.I. Prikladnaya matematicheskaya statistika. Dlya inzhenerov i nauchnykh rabotnikov/A.I. Kobzar'// – M.: FIZMATLIT, 2006. – 816 s.
12. Rosenblatt M. Remarks on Some Nonparametric Estimates of a Density Function // The Annals of Mathematical Statistics., 1956. – T. 27. Vol. 3. – P. 832–837.
13. Borovkov A.A. Matematicheskaya statistika. – M.: Nauka, 1984, 472 s.
14. Parzen E. On the estimation of probability density function and the mode // Ann. Math. Stat., 1962. – Vol. 33. – P. 1065–1076.
15. Suyetin P.K. Klassicheskiye ortogonal'nyye mnogochleny. – M.: Nauka, 1976. – 328 s.
16. Dimaki A.V., Svetlakov A.A. Approksimatsiya plotnostey raspredeleniy sluchaynykh velichin s primeneniym ortogonal'nykh polinomov Chebysheva–Ermita/A.V. Dimaki, A.A. Svetlakov// Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta, 2006. T. № 8. S. 6–11.
17. Golik F. V. Approksimatsiya empiricheskikh raspredeleniy veroyatnostey polinomami Bernshteyna/ F.V. Golik// Zhurnal radioelektroniki [elektronnyy zhurnal]. 2018. № 7. Rezhim dostupa: <http://jre.cplire.ru/jre/jul18/5/text.pdf> (data obrashcheniya 16 oktyabrya 2021 g.) DOI 10.30898/1684-1719.2018.7.5.
18. Lemesheko B.YU. O nakhozhenii parametra razmytosti neparametricheskikh otsenok funktsii plotnosti/ B.YU. Lemesheko, S.N. Postovalov, A.V. Frantsuzov// Trudy V mezhdunarodnoy konferentsii «Aktual'nyye problemy elektronnoy priborostroyeniya», APEP-2000. Novosibirsk 26–29 sentyabrya, 2000. V 7 tt. – Novosibirsk: Novosibirskiy gosudarstvennyy tekhnicheskii universitet, 2000. – T. 6. – S. 17–20.
19. Botev. Z.I., Grotowski. J.F., Kroese. D.P. Kernel density estimation via diffusion, Annal Statistic, October 2010, Vol. 38 (5), pp. 2916–2957, DOI: <https://doi.org/10.1214/10-AOS799>.
20. Silverman B.W. Density Estimation for Statistics and Data Analysis. – Chapman and Hall/CRC, 1986. –175 p.
21. Leiva-Murillo J.M., Artés-Rodríguez A. Algorithms for maximum-likelihood bandwidth selection in kernel density estimators. Pattern Recognition Letters, Volume 33, Issue 13, 2012, pp. 1717–1724.
22. Xu Xiaoyuan, Yan Zheng, Xu Shaolun Estimating wind speed probability distribution by diffusion-based kernel density method, Electric Power Systems Research, Volume 121, April 2015, pp. 28–37.
23. Ouarda T.B.M.J., Charron C., Shin J.-Y., Marpu P.R., Al-Mandoos A.H., Al-Tamimi, Ghedira H., Al Hosary T.N, Probability distributions of wind speed in the UAE, Energy Conversion and Management, Volume 93, 2015, pp. 414-434.
24. Jones M.C., Marron J.S., Sheather S.J. A brief survey of bandwidth selection for density estimation, Journal of the American Statistical Association, Volume 91, № 433, March 1996, pp.401–4071.
25. Simakhin V.A. Robastnyye neparametricheskiye otsenki: adaptivnyye otsenki vzveshennogo maksimal'nogo pravdopodobiya v usloviyakh statisticheskoy apriornoy neopredelennosti/ V.A. Simakhin // –Saarbrucken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2011. –292 s.
26. Deckert J. Patterns of Fraud: Tools for Election Forensics [электронный ресурс]. University of Oregon, 2013. URL: <https://scholarsbank.uoregon.edu/xmlui/handle/1794/13331> (Дата обращения: 04.01.2023).

ПОРШНЕВ Сергей Владимирович, доктор технических наук, профессор, директор Учебно-научного центра «Информационная безопасность» федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина». 620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 32. E-mail: s.v.porshnev@urfu.ru

PORSHNEV Sergey Vladimirovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Director of the Educational and Scientific Center «Information Security» of the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education «Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin». 620002, Yekaterinburg, st. Mira, 32. E-mail: s.v.porshnev@urfu.ru

РЯБКО Николай Юрьевич, аспирант федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина». 620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 32. E-mail: N.Yu.Ryabko@urfu.ru

RYABKO Nikolay Yurievich, post-graduate student of the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education "Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin". 620002, Yekaterinburg, st. Mira, 32. E-mail: N.Yu.Ryabko@urfu.ru