

ОЦЕНКА МЕТОДА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ВХОДНОГО СИГНАЛА ПО ЗАШУМЛЕННЫМ ДАННЫМ

Представлена оценка точности метода восстановления сигнала по зашумленным данным, основанном на саморегляризирующем подходе. Представлена передаточная функция с заданными начальными условиями. Находится численное решение дифференциального уравнения 2-ого порядка, полученное из передаточной функции после обратных преобразований Лапласа, путем перехода к конечно-разностной схеме. Проведены вычислительные эксперименты по восстановлению сигнала из зашумленных исходных данных, с разными тестовыми сигналами и различным уровнем шума, подтверждающие теоретическую оценку точности метода.

Ключевые слова: восстановление сигнала, обработка данных, конечно-разностная схема, саморегуляризации.

Yaparov D.D.

EVALUATION OF THE METHOD OF RECOVERY OF THE INPUT SIGNAL FROM NOISY DATA

An estimation of the accuracy of the signal recovery method from noisy data based on the self-regularizing approach is presented. A transfer function with given initial conditions is presented. The numerical solution of the differential equation of the 2nd order is found, obtained from the transfer function after the inverse Laplace transformations, by passing to the finite-difference scheme. Computational experiments were carried out to restore the signal from noisy initial data, with different test signals and different noise levels, confirming the theoretical estimate of the method's accuracy.

Keywords: signal recovery, data processing, finite difference scheme, self-regularizations.

ВВЕДЕНИЕ

При работе со сложными объектами или технологическими процессами крайне важно корректно обработать информацию, оценить уровень достоверности результатов обработки, т.е. насколько точно полученная информация отображает реальное состояние системы. Разработка высокоточных средств из-

мерения является важной составляющей в области ресурсосбережения.

Проблеме обработки зашумленных динамических сигналов посвящены работы многих исследователей, А.Л. Шестакова [1 – 3], В.А. Бесекерского [4], А.Ф. Верлань [5], В.А. Грановский [6, 7], Г.Н. Солопченко [10, 11], Г.Н. Солопченко [12], S. Engelberg [13], K. Ruhm

[14,15]. Как правило для уменьшения влияния шума в исходных данных на результаты измерений, добавляют дополнительные фильтры, что в свою очередь ведет к огрублению результатов и удорожанию технологического процесса.

Учитывая выше сказанное, возникает необходимость создания алгоритмов обработки зашумленных динамических измерений, не требующих значительной перенастройки параметров измерительной системы. При создании таких алгоритмов возникает проблема достоверности результатов этих методов.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Обработка результатов динамических измерений осуществляется исходя из модели измерительной системы без обратных связей:

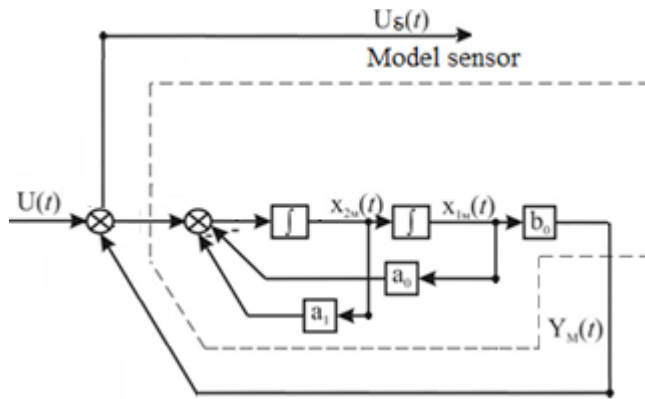


Рис. 1. Модель без обратных связей

$U(t)$ – входной сигнал, $Y_M(t)$ – выходной сигнал модели, $U_\delta(t)$ – восстановленный сигнал, a_0, a_1, a_2, b_0 технические характеристики

вестному входному сигналу $U(t)$. Затем оценивают отклонение $Y_M(t)$ от $Y_\delta(t)$. В случае, когда оценка отклонения не превышает некоторый заданный уровень точности, процесс исключения обратных связей считается успешным.

Перейдем от передаточной функции (1) к дифференциальному уравнению:

$$a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = b_0 u, \quad (2)$$

Для вычисления значения выходного сигнала в момент времени, используем конечно-разностные соотношения. Тогда значения определяются по следующей явной схеме:

$$y_1 = r, \quad y_2 = \tau q + r \quad (3)$$

$$y_{i+2} = (b_0 u_i - \left(\frac{a_1}{\tau} - \frac{2a_2}{\tau^2}\right) y_{i+1} - \left(a_0 - \frac{a_1}{\tau} + \frac{a_2}{\tau^2}\right) y_i) \frac{\tau^2}{a_2} + y_i \quad (4)$$

2 ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ МЕТОДА ИСКЛЮЧЕНИЯ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ

С целью получения оценки погрешности метода относительно уровня шума в исход-

Полагаем что передаточная функция датчика будет имеет следующий вид:

$$W(p) = \frac{b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} = \frac{Y(p)}{U(p)} \quad (1)$$

При построении модели используем следующие обозначения $U(p)$ – входной сигнал датчика, $Y(p)$ – выходной сигнал модели без обратных связей рис. 1. Построенная динамическая модель датчика, исключающую обратные связи, в которой проблема шумов решается настройкой параметра τ .

Основная идея метода исключения обратных связей заключается в следующем. На первом этапе осуществляют переход от передаточной функции (1) к дифференциальному уравнению, связывающему выходной сигнал $Y_\delta(t)$ с входным сигналом $U(t)$. Далее, используя полученное уравнение, осуществляют численное моделирование функции $Y_M(t)$ по из-

ных данных, оценим величину отклонения численных значений v_{i+2} от действительных значений выходного сигнала y_{i+2} .

Пусть y_{i+2} – действительное значение выходного сигнала в момент времени t_{i+2} , а v_{i+2} – значения функции $Y_M(t_{i+2})$ в момент времени t_{i+2} . Оценим наибольшее уклонение величин v_{i+2} , соответствующих моделированному сигналу, полученному с помощью метода исключения обратных связей, от значений y_{i+2} , соответствующих действительному выходному сигналу. Для этого введем величины:

$$z_{i+2} = |v_{i+2} - y_{i+2}|$$

Из (6) получаем:

$$z_{i+2} = \left(2 - \frac{a_1 \tau}{a_2}\right) z_{i+1} + \left(\frac{a_1 \tau}{a_2} - \frac{a_0 \tau^2}{a_2} - 1\right) z_i$$

В силу того, что исходные данные известны с погрешностью, получаем

$$z_1 \leq \delta,$$

$$z_2 = |v_2 - y_2| \leq \delta(1 + \tau) + O(\tau) \leq \delta(1 + \tau) + C\tau$$

Учитывая, что $z_{i+1} \geq z_i$, получаем следующую оценку

$$z_{i+2} \leq \left| 2 - \frac{a_1\tau}{a_2} \right| z_{i+1} + \left| \frac{a_1\tau}{a_2} - \frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1 \right| z_{i+1}$$

$$\text{Обозначим } \mu = \left| 2 - \frac{a_1\tau}{a_2} \right| \text{ и } \eta = \left| \frac{a_1\tau}{a_2} - \frac{a_0\tau^2}{a_2} - 1 \right|.$$

Тогда

$$z_{i+2} \leq (\mu + \eta)z_{i+1} + C\tau$$

Для обеспечения гарантированного уровня точности, необходимо подобрать так чтобы выполнялось следующее условие:

$$\mu + \eta \leq 1 \quad (5)$$

При выполнении условия (5), на $N+1$ шаге получим следующую оценку:

$$z_{N+1} \leq (\mu + \eta)^N z_2 + \frac{1}{1 - (\mu + \eta)} C\tau \leq (\mu + \eta)^N \delta(1 + \tau) + \frac{1}{1 - (\mu + \eta)} C\tau$$

С учетом условия $\mu + \eta < 1$, получаем следующую оценку

$$z_{N+1} \leq \delta(1 + \tau) + \frac{1}{1 - (\mu + \eta)} C\tau \quad (6)$$

Из (5), (6) получаем, что выбор параметра τ осуществляется, исходя из условий:

$$\frac{1}{1 - (\mu + \eta)} < \delta \quad (7)$$

Таким образом, при выполнении (5) – (7) гарантированно обеспечивается контролируемость величины динамической погреш-

ности и достаточный уровень точности метода исключения обратных связей. При предлагаемом подходе осуществляется коррекция динамической погрешности, благодаря эффекту саморегуляризации, уровень шума остается на допустимом уровне.

3 ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Основной целью вычислительного эксперимента являлось подтверждение теоретической оценки. В качестве входного сигнала модели $u(t)$ использовались различные функции. В данной работе приведены результаты эксперимента для импульсного входного сигнала следующего вида:

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

В эксперименте моделировали функцию $y_M(t)$ выходного сигнала выбирая величину параметра τ из условия (7). Далее моделировали функцию $y_\delta(t)$, добавляя к функции $y_M(t)$ аддитивный шум с уровнем 5%. Затем по зашумленному сигналу $y_\delta(t)$ восстанавливали входной сигнал $u_\delta(t)$ с помощью уравнений (4).

Численные значения параметров модели измерительной системы представлены в таблице 1.

В эксперименте интервал измерения

Таблица 1

Параметры модели

Порядок уравнения	Передаточная функция	Параметры
II	$\frac{1}{(T_1^2 p^2 + 2\xi_1 T_1 p + 1)}$	$T_1=0,1;$ $\xi_1=0,3.$

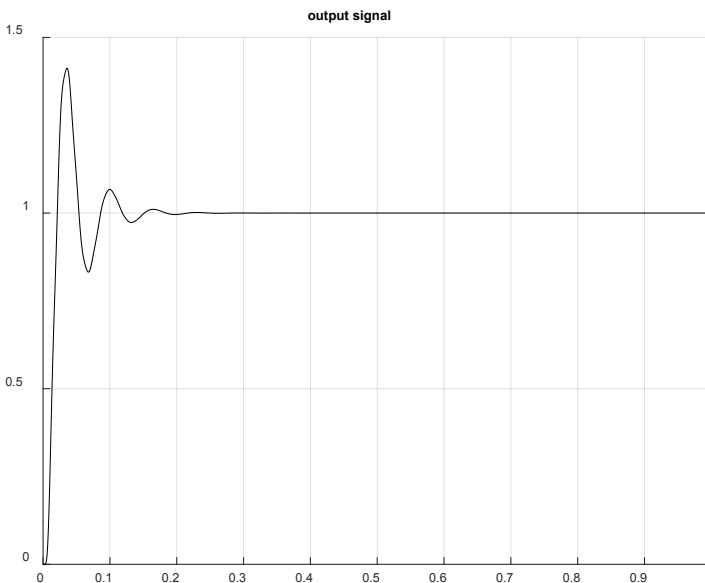


Рис. 2. Результаты моделирования выходного сигнала $Y_M(t)$

$[0, \Omega]$ составлял $[0,1]$. Выбор величины шага дискретизации является основополагающим для обеспечения требуемого уровня точности решения задачи динамического измерения.

На рис. 2 показан смоделированный выходной сигнал $Y_M(t)$ с параметром τ удовлетворяющим условию (9).

На рис. 3 представлена функция выходного сигнала модели без обратных связей $Y_M(t)$ с аддитивным шумом 5%.

Для восстановления входного сигнала $U_\delta(t)$, к зашумленному выходному сигналу $Y_M(t)$ применялась конечно-разностное уравнение (10). На рис. 4 изображен восстановленный входной сигнал $U_\delta(t)$.

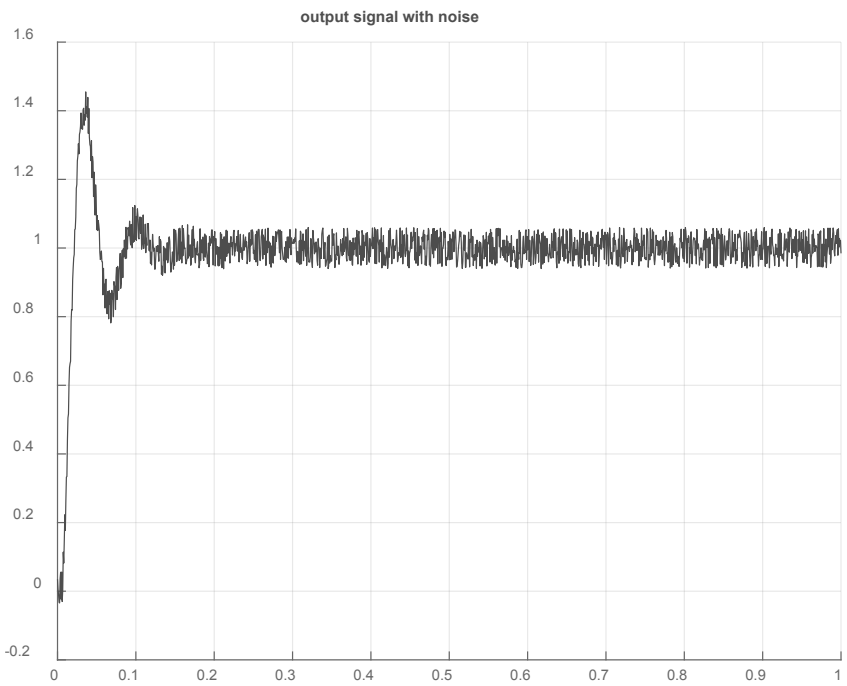


Рис. 3. Функция выходного сигнала $Y_M(t)$ с 5% аддитивным шумом

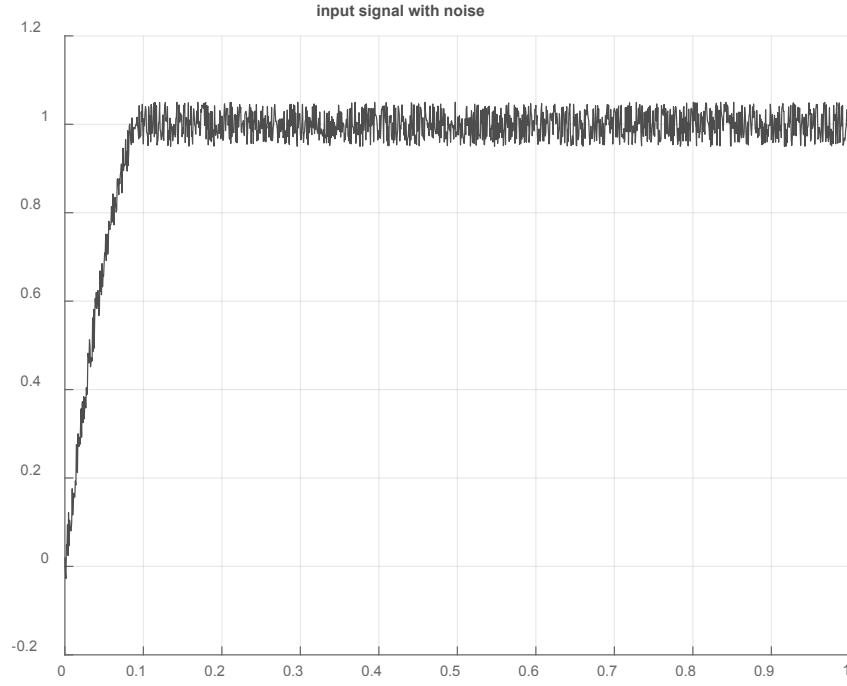


Рис. 4. Функция восстановленного входного сигнала $U_\delta(t)$

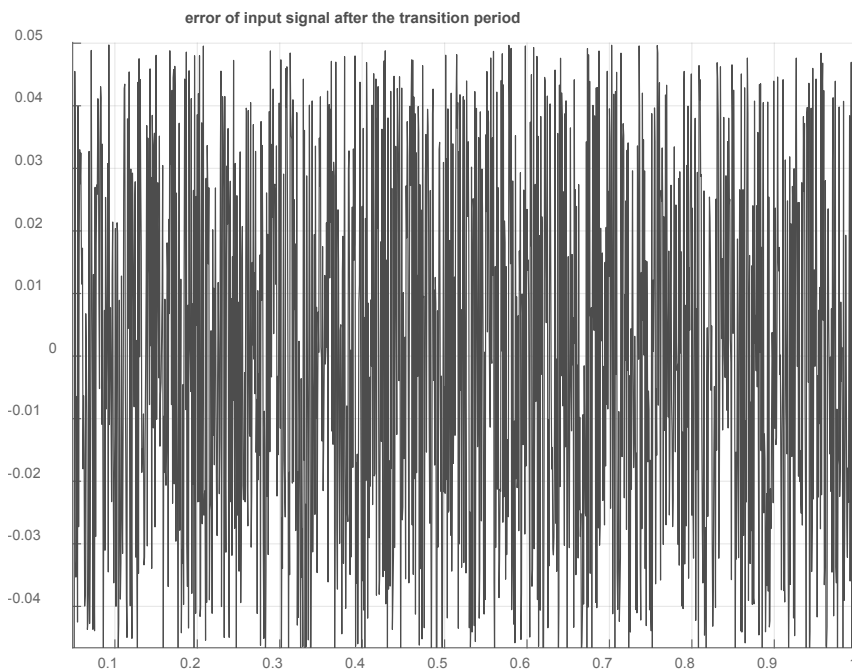


Рис. 5. Функция отклонение восстановленного сигнала $U_{\delta}(t)$ от исходного $U(t)$

Далее оценивалось отклонение восстановленного сигнала от входного сигнала модели $U_{\delta}(t) - U(t)$. Отклонение восстановленного сигнала от исходного не превышала 0,05 (рис. 5).

Результаты экспериментов подтвердили теоретическую оценку. Метод восстановления входного сигнала позволяет восстанавливать входной сигнал с достаточным уровнем точности по зашумленному выходному сигналу.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье предложена оценка метода восстановления входного сигнала по зашумленным данным. Основная идея методов заключается в том, что для уменьшения влияния шума исходных данных на результаты восстановления входного сигнала используется регуляризирующий алгоритм. В работе получе-

на теоретическая оценка погрешности вычислительной схемы, установлена зависимость величины шага дискретизации от уровня шума и найдены соотношения, обеспечивающие устойчивость вычислительной схемы метода исключения обратных связей. На основе предложенных методов были проведены вычислительные эксперименты и выполнен сравнительный анализ результатов восстановления входного сигнала с тестовым сигналом. Результаты эксперимента подтвердили теоретическую оценку.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства образования и науки Челябинской области в рамках регионального гранта «Методы регуляризации при обработке зашумленных данных в многоканальных измерительных системах».

Литература

1. Шестаков А.Л. Методы теории автоматического управления в динамических измерениях. Челябинск: Издат. центр ЮУрГУ, 2013. 257 с.
2. Шестаков, А.Л. Нейросетевая динамическая модель измерительной системы с фильтрацией восстанавливаемого сигнала / А.Л. Шестаков, А.С. Волосников // Вестн. ЮжУрал. гос ун-та. Серия "Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника". – 2006. – № 14 (69), вып. 4. – С. 16–20.
3. Шестаков А. Л., Свиридюк Г. А., "Новый подход к измерению динамически искаженных сигналов", Вестн. ЮУрГУ. Сер. Матем. моделирование и программирование, 2010, 5, 116–120.
4. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. — М.: Наука, 1975. — 768 с.

5. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ. — Киев: Наукова думка, 1978. — 291 с.
6. Грановский В.А., Этингер Ю.С. Методика определения динамических свойств средств измерений // Метрология. — 1974. — №10. — С.9-12.
7. Грановский В.А. Динамические измерения. — Л.: Энергоатомиздат, 1984. — 224 с.
8. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П. Некорректные задачи математической физики и анализа. — М.: Наука, 1980. — 285 с.
9. Леонов В.В. Метод понижения порядков номиналов передаточных функций// Измерительная техника.—1980.—№10.—С. 16-18.
10. Солопченко Г.Н. Определение параметров дробно-рациональной передаточной функции средств измерений по экспериментальным данным // Метрология. — 1978. — №5. — С.20-24.
11. Солопченко Г.Н., Челпанов И. Б. Компенсация динамических погрешностей при неполных сведениях о свойствах приборов и измеряемых сигналов// Метрология.—1979—№6.—С. 3-13.
12. Солопченко Г.Н. Обратные задачи в измерительных процедурах// Измерения, контроль, автоматизация.—1983.—№2.—С.32-46.
13. S. Engelberg, "Tutorial 15: control theory, part I," in IEEE Instrumentation & Measurement Magazine, vol. 11, no. 3, pp. 34-40, June 2008, doi: 10.1109/MIM.2008.4534376.
14. K. Ruhm, Measurement plus observation – A new structure in metrology, Measurement, 2017, ISBN 0263-2241, DOI <http://dx.doi.org/10.1016/j.measurement.2017.03.040>, Band 126, Seiten 421-432
15. K. Ruhm, Dynamics and Stability – A Proposal for Related Terms in Metrology from a Mathematical Point of View, Measurement (Elsevier), 2015, London, Vereinigtes Königreich

References

1. Shestakov A.L. Metody teorii avtomaticheskogo upravleniya v dinamicheskikh izmereniyakh. Chelyabinsk: Izdat. tsentr YUUrGU, 2013. 257 s.
2. Shestakov, A.L. Neyrosetevaya dinamicheskaya model' izmeritel'noy sistemy s fil'tratsiyey vosstanavliyaemogo signala / A.L. Shestakov, A.S. Volosnikov // Vestn. YuzhUral. gos un-ta. Seriya "Komp'yuternyye tekhnologii, upravleniye, radioelektronika". –2006. – № 14 (69), vyp. 4. – S. 16–20.
3. Shestakov A. L., Sviridyuk G. A., "Novyy podkhod k izmereniyu dinamicheskikh iskazhennykh signalov", Vestn. YUUrGU. Ser. Matem. modelirovaniye i programmirovaniye, 2010, 5, 116–120.
4. Besezerskiy V.A., Popov Ye.P. Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya. — М.: Nauka, 1975. — 768 s.
5. Verlan' A.F., Sizikov B.C. Metody resheniya integral'nykh uravneniy s programmami dlya EVM. — Kiyev: Naukova dumka, 1978. — 291 s.
6. Granovskiy V.A., Etinger YU.S. Metodika opredeleniya dinamicheskikh svoystv sredstv izmereniy // Metrologiya. — 1974. — №10. — С.9-12.
7. Granovskiy V.A. Dinamicheskiye izmereniya. — Л.: Energoatomizdat, 1984. — 224 s.
8. Lavrent'yev M.M., Romanov V.G., Shishatskiy S.P. Nekorrektnyye zadachi matematicheskoy fiziki i analiza. — М.: Nauka, 1980. — 285 s.
9. Leonov V.V. Metod ponizheniya poryadkov nominalov peredatochnykh funktsiy// Izmeritel'naya tekhnika. — 1980. — №10. — С. 16-18.
10. Solopchenko G.N. Opredeleniye parametrov drobno-ratsional'noy peredatochnoy funktsii sredstv izmereniy po eksperimental'nym dannym // Metrologiya. — 1978. — №5. — С.20-24.
11. Solopchenko G.N., Chelpanov I. B. Kompensatsiya dinamicheskikh pogreshnostey pri nepolnykh svedeniyakh o svoystvakh priborov i izmeryayemykh signalov// Metrologiya. — 1979 — №6. — С. 3-13.
12. Solopchenko G.N. Obratnyye zadachi v izmeritel'nykh protsedurakh// Izmereniya, kontrol', avtomatizatsiya. — 1983. — №2. — С.32-46.
13. S. Engelberg, "Tutorial 15: control theory, part I," in IEEE Instrumentation & Measurement Magazine, vol. 11, no. 3, pp. 34-40, June 2008, doi: 10.1109/MIM.2008.4534376.
14. K. Ruhm, Measurement plus observation – A new structure in metrology, Measurement, 2017, ISBN 0263-2241, DOI <http://dx.doi.org/10.1016/j.measurement.2017.03.040>, Band 126, Seiten 421-432
15. K. Ruhm, Dynamics and Stability – A Proposal for Related Terms in Metrology from a Mathematical Point of View, Measurement (Elsevier), 2015, London, Vereinigtes Königreich.

ЯПАРОВ Дмитрий Данилович, аспирант кафедры математического обеспечения информационных технологий ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет» (национальный исследовательский университет). 45080 г. Челябинск, пр. Ленина, д. 76. E-mail: iaparovdd@susu.ru

YAPAROV Dmitry Danilovich, post-graduate student of the Department of Mathematical Support of Information Technologies, SUSU. 45080 Chelyabinsk, Lenin Ave., 76. E-mail: iaparovdd@susu.ru