АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ КИБЕРБЕЗОПАСНОСТИ

УДК 532.529

Вестник УрФО № 4(42) / 2021, с. 64–70



DOI: 10.14529/secur210407

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ВОЛНОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕЧЕНИЯ ЖИДКИХ ПЛЕНОК ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В АППАРАТАХ ПЛЕНОЧНОГО ТИПА

Тепломассообменные аппараты, в которых реализуется течение тонких слоев вязких жидкостей (жидких пленок), широко применяются в различных областях промышленности (химической, нефтехимической, энергетической, пищевой и др.).

В работе представлены результаты численного моделирования течения вертикальных пленок жидкостей (воды, спирта, молока) со свободной поверхностью при умеренных числах Рейнольдса в рамках дифференциального уравнения в частных производных для отклонения свободной поверхности пленки от невозмущенного состояния. Коэффициенты уравнения включают различные физико-химические факторы, в частности, параметр поверхностного натяжения. Представлена аналитическая зависимость для критических значений параметра Марангони.

Разработан алгоритм численного расчета волновых параметров, обеспечивающий надежность технологических процессов, применяемых в пленочных аппаратах. Проведены вычислительные эксперименты с целью расчета волновых параметров и областей неустойчивости жидких пленок. Рассчитаны критические значения параметра Марангони, при котором достигается эффект разрыва жидкой пленки.

При уменьшении параметра поверхностного натяжения жидкости течение жидкой пленки становится более неустойчивым: наблюдается расширение области неустойчивости, снижение критического значения числа Марангони. Результаты работы могут быть использованы при разработке технологических процессов в жидких пленках.

Ключевые слова: жидкая пленка, параметр поверхностного натяжения, неустойчивость, параметр Марангони, умеренные числа Рейнольдса, надежность, автоматизированная система управления технологическим процессом.

NUMERICAL METHOD FOR COMPUTATION OF WAVE CHARACTERISTICS OF LIQUID FILM FLOW FOR ENSURING THE RELIABILITY OF TECHNOLOGICAL PROCESSES IN LIQUID FILM APPARATUSES

Heat and mass transfer devices based on flow of a thin layer of viscous fluid are widely used in numerous industry fields (chemical, petrochemical, energy, food, etc.).

This work presents results of computational modeling of vertical liquid (water, alcohol, milk) film flow at moderate Reynolds numbers in the framework of partial differential equation of the state of the free surface of the liquid film. Equation coefficients include different physicochemical factors such as surface tension parameter. Analytic dependence of Marangoni parameter critical values is presented.

Wave parameters calculation algorithm, ensuring the reliability of technological processes in liquid film apparatuses, is developed. Computational experiments were carried out to calculate wave characteristics and instability regions. Marangoni parameters critical values, at which destruction of film is possible, were calculated.

Increase of surface tension parameter leads to more unstable liquid film flow: increase of instability region and decrease of Marangoni parameter value could be noted. Results could be used in the design of technological processes in liquid films.

Keywords: liquid film, surface tension parameter, instability, Marangoni parameter, moderate Reynolds numbers, reliability, industrial control systems.

Введение

Жидкие пленки за счет малого термосопротивления и большой по-верхности контакта эффективны при межфазном тепломассообмене, что обуславливает их широкое применение в промышленности [1–3]. Пленочные аппараты применяются при производстве отдельных видов пластмасс, упаривании пищевых продуктов и т.д.

Нормальная работа пленочных аппаратов возможна при наличии устойчивой однородной пленки на всей рабочей поверхности, так как сухие участки будут подвергаться аномально большому тепловому воздействию, что может привести к аварийному режиму работы аппарата. Безаварийное протекание технологического процесса обеспечивается за счет применения автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП). Одним из необходимых свойств АСУ ТП является надежность, которую применительно к пленочным аппаратам можно рассматривать как свойство системы сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность обеспечивать безаварийное протекание технологического процесса.

При разработке алгоритмов автоматического управления необходимо учитывать нелинейных характер объектов управления. На режимы и характеристики пленочного течения оказывают влияние различные физикохимические факторы [4–7]. В частности, необходимо учитывать физические свойства жидкости, течение которой осуществляется в пленочном аппарате. К таким свойствам относится параметр поверхностного натяжения жидкости [8]. Для решения этого вопроса применимы методы математического моделирования.

Целью данной работы является разработка алгоритма расчета волновых параметров и численное исследование влияния параметра поверхностного натяжения жидкости на волновые характеристики течения жидкой пленки при умеренных значениях числа Рейнольдса.

Математическая модель состояния свободной поверхности жидкой пленки

Для вертикального течения жидкой пленки по твердой непроницаемой поверхности в системе координат ОХҮ выведено нелинейное дифференциальное уравнение состояния свободной поверхности жидкой пленки [8], линейная часть которого имеет вид:

$$\left(b_1\frac{\partial}{\partial x}-1\right)\frac{\partial\psi}{\partial t}+b_2\frac{\partial^4\psi}{\partial x^4}+b_3\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+b_4\frac{\partial\psi}{\partial x}=0,(1)$$

где $\psi(x,t)$ – отклонение свободной поверхности жидкой пленки от невозмущенного состояния, t – время, x – координата, $b_I = \frac{5}{2}Re^2F_{x'}$, $b_2 = -\frac{1}{3}\sigma Re$, $b_3 = -\frac{1}{2}ReM + \frac{3}{40}Re^3F_x^2$, $b_4 \stackrel{=}{=} 4-ReF_{x'}$, Re – число Рейнольдса, F_x – число Фруда, σ – параметр поверхностного натяжения, M – число Марангони.

В тепломассообменных процессах высокие градиенты температуры могут привести к разрыву пленки и образованию на поверхности пленочного аппарата «сухого пятна». Критические значения числа Марангони, при которых происходит разрушение пленки, определяются следующим выражением [9]:

$$M_{\kappa} = \frac{3}{20} R e^2 F_x^2 - \frac{2}{k^2 R e} \left(a_0 - \frac{a_1}{a_2} \right)$$

где $a_0 = b_2 k^4$, $a_1 = -b_4 k$, $a_2 = -b_1 k$, k – волновое число.

Вычислительные эксперименты

Подставив в уравнение (1) решение вида $\psi = A \exp(ikx - \omega t)$, получим следующее дисперсионное уравнение:

 $\omega(b_1k+i) + b_2k^4 - b_3k^2 + b_4ik = 0,$

где $\omega = \omega_r + i\omega_i (\omega_r - частота, \omega_i - инкремент).$

Для расчета фазовой скорости используется следующая формула:

$$c_r = \frac{\omega_r}{k}$$

В ходе вычислительных экспериментов исследованы волновые характеристики течения тонкого слоя вязкой жидкости для значений числа Рейнольдса 1 \leq Re \leq 15 и волновых чисел 0 \leq k \leq 0,5. Рассмотрено течение тонких пленок воды, молока и спирта. Параметр поверхностного натяжения воды связан со значением числа Рейнольдса выражением $\sigma_{H_2O} = 4887 Re^{-\frac{5}{3}}$, параметры поверхностного натяжения молока и спирта приняты примерно равными 0,6 σ_{H_2O} и 0,33 σ_{H_2O} соответственно.

Для расчета значений волновых характеристик на языке Python реализован следующий алгоритм:

Шаг 1. Рассчитать значения коэффициентов $b_{,v}, b_{,v}, b_{,s}$ и $b_{,u}$.

Шаг 2. Для каждого значения $k \in [0;0,5]$ (значения выбраны с шагом $\Delta k = 0,001$) вычислить значения инкремента ω_i и частоты ω_r .

Шаг 3. Используя рассчитанное значение частоты ω_r , вычислить значение фазовой скорости c_r .

Шаг 4. Используя значение волнового числа k, соответствующее максимальному значению инкремента $\omega_{i max}$, вычислить критическое значение числа Марангони M_{ν} .

Течение жидкой пленки неустойчиво при положительных значениях инкремента. Как показано в таблице 1, при уменьшении значения параметра поверхностного натяжения жидкости наблюдается расширение области неустойчивости.

Результаты расчета значений инкремента и фазовой скорости для неустойчивых режимов течения при *Re* = 10 представлены на рисунках 1 и 2.

В областях неустойчивости жидких пленок величина инкремента достигает максимального значения. В таблице 2 представлены максимальные значения инкремента и соответствующие им значения фазовой скорости для различных значения фазовой скорости для различных значений числа Рейнольдса. Жидкостям с меньшим значением параметра поверхностного натяжения соответствуют большие максимальные значения инкремента и меньшие значения фазовой скорости.

Критические значения числа Марангони, рассчитанные для режима максимального значения инкремента приведены в таблице 3.

Заключение

Для математической модели состояния свободной поверхности при умеренных зна-

Таблица 1

Re	k				k			
	Вода	Молоко	Спирт	ке	Вода	Молоко	Спирт	
1	[0; 0,028]	[0; 0,036]	[0; 0,048]	9	[0; 0,17]	[0; 0,219]	[0; 0,294]	
2	[0; 0,049]	[0; 0,063]	[0; 0,084]	10	[0; 0,185]	[0; 0,239]	[0; 0,321]	
3	[0; 0,068]	[0; 0,088]	[0; 0,118]	11	[0; 0,201]	[0; 0,259]	[0; 0,347]	
4	[0; 0,087]	[0; 0,112]	[0; 0,15]	12	[0; 0,216]	[0; 0,278]	[0; 0,373]	
5	[0; 0,104]	[0; 0,134]	[0; 0,18]	13	[0; 0,231]	[0; 0,298]	[0; 0,399]	
6	[0; 0,121]	[0; 0,156]	[0; 0,21]	14	[0; 0,245]	[0; 0,316]	[0; 0,424]	
7	[0; 0,138]	[0; 0,178]	[0; 0,238]	15	[0; 0,26]	[0; 0,335]	[0; 0,45]	
8	[0; 0,154]	[0; 0,199]	[0; 0,266]					

Области неустойчивости





Re	Вода			Молоко			Спирт		
	k	$\omega_{i max}$	c _r	k	$\omega_{i max}$	c _r	k	$\omega_{i max}$	C _r
1	0,019	0,00022	2,99986	0,025	0,00037	2,99977	0,033	0,00066	2,99959
2	0,034	0,0014	2,99825	0,044	0,00233	2,99709	0,059	0,00419	2,99477
3	0,048	0,0041	2,99231	0,062	0,0068	2,98724	0,083	0,01212	2,97728
4	0,061	0,00871	2,97823	0,078	0,0143	2,96425	0,104	0,02502	2,93746
5	0,072	0,01535	2,95202	0,093	0,02479	2,92252	0,123	0,04206	2,86858
6	0,083	0,02387	2,91047	0,106	0,03759	2,85904	0,139	0,06112	2,77081
7	0,093	0,03376	2,85229	0,118	0,05146	2,77486	0,152	0,07964	2,65156
8	0,102	0,04428	2,7786	0,128	0,06505	2,67475	0,163	0,09568	2,52159
9	0,11	0,05464	2,69266	0,136	0,07726	2,5654	0,171	0,1083	2,39082
10	0,116	0,06419	2,59883	0,143	0,08747	2,45333	0,178	0,11743	2,26606
11	0,122	0,0725	2,50155	0,148	0,09548	2,34361	0,183	0,12348	2,15108
12	0,126	0,07939	2,4046	0,153	0,10139	2,23954	0,187	0,12702	2,04734
13	0,13	0,08484	2,31069	0,156	0,10548	2,14296	0,19	0,12863	1,9549
14	0,133	0,08895	2,22165	0,159	0,10805	2,05459	0,193	0,12879	1,87309
15	0,136	0,0919	2,13841	0,162	0,10939	1,97446	0,195	0,1279	1,8009

Инкремент и фазовая скорость

Таблица 3

Критические значения числа Марангони

Re	Вода		Мол	око	Спирт		
	k	M _K	k	M _K	k	Μ _κ	
1	0,019	26595,3	0,025	15362,6	0,033	8818,0	
2	0,034	2078,7	0,044	1242,2	0,059	692,0	
3	0,048	465,5	0,062	280,0	0,083	157,4	
4	0,061	163,8	0,078	101,1	0,104	58,0	
5	0,072	76,6	0,093	46,9	0,123	27,9	
6	0,083	41,2	0,106	26,2	0,139	16,2	
7	0,093	25,1	0,118	16,5	0,152	10,8	
8	0,102	16,8	0,128	11,5	0,163	7,9	
9	0,11	12,2	0,136	8,7	0,171	6,2	
10	0,116	9,4	0,143	6,9	0,178	5,1	
11	0,122	7,6	0,148	5,8	0,183	4,4	
12	0,126	6,4	0,153	4,9	0,187	3,9	
13	0,13	5,5	0,156	4,3	0,19	3,5	
14	0,133	4,8	0,159	3,9	0,193	3,2	
15	0,136	4,3	0,162	3,5	0,195	2,9	

чениях числа Рейнольдса разработаны вычислительный алгоритм и программа расчета волновых характеристик пленочного течения на языке Python. Представленный алгоритм позволяет рассчитать инкремент, частоту и фазовую скорость и определить границы области неустойчивости пленочного течения, тем самым обеспечивая надежность технологических процессов, применяемых в пленочных аппаратах.

При снижении параметра поверхностного натяжения жидкости течение жидкой пленки становится более неустойчивым: наблюдается расширение области неустойчивости. Кроме того, наблюдается уменьшение критического значения числа Марангони, что может привести к разрыву жидкой пленки и аварийной ситуации в работе пленочного аппарата.

Результаты работы могут быть использованы при разработке технологических процессов в жидких пленках и проектировании промышленных пленочных аппаратов.

Литература

1. Волновое течение пленок жидкости / С.В. Алексеенко, В.Е. Накоряков, Б.Г. Покусаев. Новосибирск: Наука, 1992. 256 с.

2. Теплообмен в жидкостных пленках / Е.Г. Воронцов, Ю.М. Тананайко. Киев: Техника, 1972. 196 с.

3. Гидродинамика и тепломассообмен с поверхностью раздела / Л.П. Холпанов, В.Я. Шкадов. М.: Наука, 1990. 271 с.

4. Бурмистрова О.А. Устойчивость вертикальной пленки жидкости с учетом эффекта Марангони и теплообмена с окружающей средой // Прикладная механика и техническая физика. 2014. № 3 (55). С. 17–25.

5. Subramaniam V., Garimella S. Numerical Study of Heat and Mass Transfer in Lithium Bromide-Water Falling Films and Droplets // International Journal of Refrigeration, 2014, vol. 40, pp. 211–226.

6. Rahimzadeh A., Ahmadian-Yazdi M.-R., Eslamian M. Experimental Study on the Characteristics of Capillary Surface Waves on a Liquid Film on an Ultrasonically Vibrated Substrate // Fluid Dynamics Research, 2018, vol. 50, no. 6.

7. D'Alessio S.J.D., Seth C.J.M.P., Pascal J.P. The Effects of Variable Fluid Properties on Thin Film Stability // Physics of Fluids, 2014, vol. 26, no. 12.

8. Прокудина Л.А. Влияние неоднородности поверхностного натяжения на волновое течение жидкой пленки // Инженерно-физический журнал. 2014. № 1 (87). С. 158–166.

9. Прокудина Л.А., Вяткин Г.П. Неустойчивость неизотермической жидкой пленки // Доклады Академии наук. 1998. № 6 (362). С. 770–772.

References

1. Alekseenko S.V., Nakoryakov V.E., Pokusaev B.G. Volnovoe techenie plenok zhidkosti [Wave Flow of Liquid Films]. Novosibirsk, Nauka, 1992. 256 p.

2. Vorontsov E.G., Tananayko Yu.M. Teploobmen v zhidkostnykh plenkakh [Heat and Mass Transfer in Liquid Films]. Kiev, Tehnika, 1972. 196 p.

3. Kholpanov L.P., Shkadov V.Ya. Gidrodinamika i teplomassoobmen s poverkhnosťyu razdela [Hydrodynamics and Heat and Mass Transfer with Interface]. Moscow, Nauka, 1990. 271 p.

4. Burmistrova O.A. Ustoychivost' vertikal'noy plenki zhidkosti s uchetom effekta Marangoni i teploobmena s okruzhayushchey sredoy // Pri-kladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika. 2014. № 3 (55). S. 17–25.

5. Subramaniam V., Garimella S. Numerical Study of Heat and Mass Transfer in Lithium Bromide-Water Falling Films and Droplets // International Journal of Refrigeration, 2014, vol. 40, pp. 211–226.

6. Rahimzadeh A., Ahmadian-Yazdi M.-R., Eslamian M. Experimental Study on the Characteristics of Capillary Surface Waves on a Liquid Film on an Ultrasonically Vibrated Substrate // Fluid Dynamics Research, 2018, vol. 50, no. 6.

7. D'Alessio S.J.D., Seth C.J.M.P., Pascal J.P. The Effects of Variable Fluid Properties on Thin Film Stability // Physics of Fluids, 2014, vol. 26, no. 12.

8. Prokudina L.A. Vliyaniye neodnorodnosti poverkhnostnogo natyazhe-niya na volnovoye techeniye zhidkoy plenki // Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal. 2014. № 1 (87). S. 158–166.

9. Prokudina L.A., Vyatkin G.P. Neustoychivost' neizotermicheskoy zhidkoy plenki // Doklady Akademii nauk. 1998. № 6 (362). S. 770–772.

ПРОКУДИНА Людмила Александровна, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры вычислительной математики и высокопроизводительных вычислений, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет). 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76. E-mail: prokudinala@susu.ru

ВИХИРЕВ Михаил Павлович, аспирант кафедры вычислительной математики и высокопроизводительных вычислений, Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет). 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76. E-mail: vikhirevmp@ susu.ru

PROKUDINA Liudmila Alexandrovna, Doctor of Physical and Mathematical sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Computational mathematics and high-performance computing, South Ural State University (National Research University). 454080, Chelyabinsk, Lenina Avenue, 76, E-mail: prokudinala@susu.ru

VIKHIREV Mikhail Pavlovich, postgraduate student of the Department of Computational mathematics and high-performance computing, South Ural State University (National Research University). 454080, Chelyabinsk, Lenina Avenue, 76, E-mail: vikhirevmp@susu.ru